NAT 5084

HARVARD UNIVERSITY.

LIBRARY

OF THE

MUSEUM OF COMPARATIVE ZOÖLOGY.

123

Exchange.

September 2, 1901—May 26, 1902.

MAY 25 1902

123.

Mitteilungen

der

Naturforschenden Gesellschaft

in Bern

aus dem Jahre 1901.

Nr. 1500-1518.

Redaktion: J. H. GRAF.

BERN
Druck und Verlag von K. J. Wyss
1902

Mitteilungen

der

Naturforschenden Gesellschaft

in Bern

aus dem Jahre 1901.

Nr. 1500-1518.

Redaktion: J. H. GRAF.

BERN
Druck und Verlag von K. J. Wyss
1902

MAY 26 1902

Jahresbericht

über die

Thätigkeit der bernischen Naturforschenden Gesellschaft

im Vereinsjahr 1900/1901.

Hochgeehrte Herren!

Das hinter uns liegende Vereinsjahr war für unsere Gesellschaft ein stilles. Unser Mitgliederbestand erfuhr keine wesentliche Aenderung. 3 Mitglieder, nämlich die Herren Prof. Dr. Berdez, Ingenieur Koller und Oberfeldarzt Dr. Ziegler sind uns durch den Tod entrissen worden; 5 weitere Mitglieder traten aus. Neu eingetreten sind 6, sodass die Zahl der ordentlichen Mitglieder heute 190 beträgt, wozu noch 17 korrespondirende Mitglieder kommen.

14 Sitzungen wurden abgehalten, darunter 1 Demonstrationsabend. Folgende Herren haben sich mit Vorträgen, kleineren Mittheilungen oder Vorweisungen betheiligt:

Herr	Baltzer	3
»	Brückner	1
»	Eduard Fischer	5
»	Gruner	2
»	Guillebeau	1
»	Heffter	1
»	König	1
»	v. Kostanecki	1
»	Marti	1
»	Ringwald	1
»	Schapiro	1
»	Steck	1
»	B. Studer	1
»	Theophil Studer	1
»	Tschirch	2

Von diesen Mittheilungen entfallen auf Botanik 5, Zoologie (einschl. Entwicklungsgeschichte) 5, Pharmakognosie 4, Geologie 3, Physik 3, Physikalische Geographie 2, Chemie 1, Astronomie 1.

Am 24. Juni veranstaltete die Gesellschaft eine Sitzung in Spiez, bei der der Betriebsleiter des Elektrizitätswerks an der Kander, Herr

Ingenieur Ringwald, über elektrische Kraftgewinnung und Kraftübertragung sprach. Eine Besichtigung der Kraftanlage schloss sich an.

Das Comité hielt 3 Sitzungen ab.

Nach aussen ist unsere Gesellschaft wenig hervorgetreten. An der Jahresversammlung der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft in Thusis war sie durch Herrn Prof. Dr. Th. Studer vertreten; in das grosse Denkmalcomité, das die Errichtung eines Hallerdenkmals vor der neuen Hochschule anbahnen soll, ordnete sie Herrn Apotheker B. Studer sen. ab. Beim Jubiläum der botanisch-zoologischen Gesellschaft in Wien wurde sie durch ihr Mitglied Hofrath Brunner von Wattenwyl vertreten.

Eine Aufforderung, sich einem Protest gegen die technische Ausnützung des Rheinfalles anzuschliessen, lehnte die Gesellschaft vorläufig ab, bis ihr das Material zur Beurtheilung der Sachlage vorgelegt wird.

Unsere Bibliothek hat auch in diesem Jahr einen ansehnlichen Zuwachs erfahren. Leider aber droht ihr eine grosse Gefahr. Bekanntlich hat die schweizerische naturforschende Gesellschaft ihre Bibliothek der bernischen naturforschenden Gesellschaft in Verwahrung und Verwaltung gegeben. Unsere Bibliothek und die der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft sind vereinigt und zusammen in Räumen der Stadtbibliothek aufgestellt. Um die Kosten für den Unterhalt der Bibliothek, von denen der Grosstheil auf den Buchbinder entfällt, zu ersparen, hat das Centralcomité der schweiz. naturf. Gesellschaft, das augenblicklich in Zürich seinen Sitz hat, bei der Jahresversammlung in Thusis den Antrag eingebracht, die Bibliothek der schweiz. naturf. Gesellschaft zu veräussern. Die Angelegenheit schwebt noch und wird in Zofingen bei der diesjährigen Versammlung ihre definitive Erledigung finden.*) Wir richten hier noch einen Appell an die Mitglieder der bernischen Gesellschaft, möglichst zahlreich in Zofingen sich einzufinden, um die Interessen Berns wahrnehmen zu helfen.

Der Lesezirkel zeigt keine Veränderungen gegenüber dem Vorjahr, auch darin, dass die Versendung der Mappen durch die Theilnehmer an Pünktlichkeit wieder viel zu wünschen übrig liess. Da sich gerade so viele neue Theilnehmer gemeldet haben, wie alte abgegangen sind, ist die Zahl der Theilnehmer unverändert 36 geblieben.

Zum Präsidenten für das neue Vereinsjahr wurde der bisherige Vicepräsident, Privatdocent Dr. Kissling, gewählt, zum Vicepräsidenten Prof. Dr. Strasser. An Stelle des sein Amt als Sekretär niederlegenden Dr. Gruner wurde gewählt Dr. R. Huber.

Der Präsident:

Ed. Brückner.

*) Die Angelegenheit hat inzwischen eine glückliche Lösung gefunden, indem die Bernische Stadtbibliothek die Bibliothek der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft übernahm, so dass die Bibliothek der schweiz. naturf. Gesellschaft vereinigt mit der der bernischen naturf. Gesellschaft endgiltig in Bern bleibt.

Sitzungs-Berichte.

957. Sitzung vom 19. Januar 1901.

Abends 8 Uhr im pharmaceutischen Institut.

Vorsitzender: Hr. Ed. Brückner. Anwesend: 28 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. A. Tschirch spricht über: «**Neueres über Kautschuk und Guttapercha**». (Mit Demonstrationen und Projektionen.)

958. Sitzung vom 26. Januar 1901.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. Ed. Brückner. Anwesend: 31 Mitglieder und Gäste.

1. Der Vorsitzende macht Mitteilung von dem kürzlich erfolgten Hinscheide von Hrn. H. Berdez, Professor an der Tierarzneischule Bern, und fordert die Versammlung auf, sich zu Ehren des Verstorbenen zu erheben.
2. Hr. P. Gruner spricht über: «**Neuere Beziehungen zwischen Licht und Magnetismus**». (Zeemanns Phänomen).

959. Sitzung vom 9. Februar 1901.

Abends 8 Uhr im geologischen Institut.

Vorsitzender: Hr. E. Kissling. Anwesend: 30 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. A. Baltzer spricht über: «**Die Entstehung der Berneroberländer-Marmore**».
2. Hr. A. Baltzer führt die Gesellschaft in das **Sammlungszimmer des geologischen Instituts** und erklärt die daselbst befindlichen geologischen Photographien.

960. Sitzung vom 2. März 1901.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. Ed. Brückner. Anwesend: 25 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. A. Heffter spricht über: «**Pfeilgifte**».
2. Hr. Th. Studer weist eine Anzahl **zoologische Objekte aus Sumatra** vor, die dem naturhistorischen Museum geschenkt wurden.

961. Sitzung vom 9. März 1901.

Abends 8 Uhr im Chemiezimmer des städt. Gymnasiums.

Vorsitzender: Hr. Ed. Brückner. Anwesend: 50 Mitglieder und Gäste.

1. Als Delegierter in das Hallerdenkmalkomitee wird Hr. Apotheker B. Studer sen. gewählt.

2. Als Delegierter an das 25jährige Jubiläum der zoologischen Gesellschaft in Wien wird Hr. Hofrat Brunner-von Wattenwyl gewählt.
3. Hr. E. König führt eine Reihe interessanter **Demonstrationen aus dem Gebiete der Elektrizität**, speziell das **Nernstlicht**, vor.

962. Sitzung vom 23. März 1901.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. Ed. Brückner. Anwesend: 18 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. Ed. Fischer referiert über **die neueren Untersuchungen von Norwaschin und Guignard** betreffend die Entstehung des Eudosperms der Angiospermen durch Verschmelzung eines Spermakernes mit den sog. Polkernen des Embryosackes und die von de Vries und Correns damit in Zusammenhang gebrachte Entstehung von sog. Xenien beim Mays.

   Derselbe legt die dritte Serie seiner Untersuchungen zur vergleichenden Entwicklungsgeschichte und Systematik der Phalloideen (Denkschriften der schweiz. naturf. Gesellschaft Bd. XXXVI 1900) vor und demonstriert eine Anzahl von Phalloideen, die von Herrn Prof. C. Schröter in Zürich aus Java mitgebracht wurden.

   Ebenso erwähnt er kurz einige der Hauptresultate der im botan. Institut Bern ausgeführten Arbeit von Hrn. Dr. R. Lüdi, speziell die für Synchytrium Taraxaci nachgewiesene hochgradige Spezialisierung auf besondere Nährpflanzen.

963. Sitzung vom 27. April 1901.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. Ed. Brückner. Anwesend: 14 Mitglieder und Gäste.

1. Für das Vereinsjahr 1901/1902 wird der Vorstand gewählt:
   Hr. Dr. E. Kissling, Priv.-Doc., zum Präsidenten.
   Hr. Prof. Dr. H. Strasser zum Vice-Präsidenten.
   Hr. Dr. Rud. Huber zum Sekretär.
2. Hr. St. v. Kostanecki spricht über den «**Wau**».

964. Sitzung vom 11. Mai 1901.

Abends 8 Uhr im Hörsaal des geolog. Instituts.

Vorsitzender: Hr. E. Kissling. Anwesend: 45 Mitglieder und Gäste.

1. Der abtretende Präsident, Hr. Prof. Ed. Brückner, verliest den Jahresbericht pro 1900/1901.
2. Hr. Ed. Brückner spricht über: «**Die Eiszeiten in der Schweiz**».
3. Hr. E. König weist ein Exemplar der zum ersten mal in Bern eingetroffenen **Nernst-Lampen** vor.

965. Sitzung vom 16. Juni 1901.

Vormittags 11 Uhr in Grosshöchstetten.

Vorsitzender: Hr. E. Kissling. Anwesend: 24 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. Th. Studer spricht über: «**Neue Entdeckungen aus der Urgeschichte des Menschen**».

2. Hr. Guillebeau spricht über: «**Die Bakterien der Euterentzündung bei Kühen**».

Nachmittags wurden durch die Firma Ruef in Ostermundingen Hagelkanonen demonstriert.

966. Sitzung vom 27. Juli 1901.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. E. Kissling. Anwesend: 14 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. Th. Studer hält ein einleitendes Referat über die Frage einer **Veräusserung der Bibliothek** von Seiten der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft.
2. Hr. Th. Steck gibt eine Übersicht über den Bestand **der vereinigten Bibliotheken der schweizerischen und der bernischen naturforschenden Gesellschaften.**

967. Sitzung vom 19. Oktober 1901.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. E. Kissling. Anwesend: 21 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. Th. Steck gibt Auskunft über die Bibliothekangelegenheit.
2. Hr. Ed. Fischer spricht über den sog. **Weisstannen-Hexenbesen und dessen Urheber, das Aecidium elatinum** und gibt eine kurze Darstellung seiner Beobachtungen und Versuche, die ihn zum Nachweise der zugehörigen Medo- und Teleutosporenform: Melampsorella Caryophyllacearum DC. führten. Es werden drei kleinere mit zahlreichen Hexenbesen und jungen Krebsbeulen besetzte Weisstannen vorgewiesen, die mit vielen andern ebenso erkrankten neben reichlich Melampsorella-tragenden Pflanzen von Stellaria nemorum gestanden waren; ferner einige kleine Weisstannen, die der Vortragende im Mai mit Basidiosporen genannten Pilzes inficiert hatte und die jetzt an den diesjährigen Trieben junge Krebsbeulen tragen. Eine detailliertere Publikation über diesen Gegenstand erscheint in der «Zeitschrift für Pflanzenkrankheiten».

   Anschliessend hieran werden noch einige andere Hexenbesenbildungen: auf Rottanne, Kiefer und auf den Berberitze demonstriert.
3. Hr. Rud. Huber weist einen **botanischen Atlas** vor, herausgegeben von Dr. J. Huber, Chef der botanischen Abteilung des Museums Göldi in Pará.

968. Sitzung vom 2. November 1901.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. E. Kissling. Anwesend: 20 Mitglieder und Gäste.

1. Hr. G. Huber spricht über «**Der grosse Astronom Tycho Brahe**», zum Andenken an die dreihundertste Wiederkehr seines Todestages.
2. Hr. J. H. Graf weist 4 Hauptwerke Tycho's vor, welche der hiesigen Stadtbibliothek angehören.
3. Hr. E. Kissling spricht über «**Gliederung der Molasse im Napfgebiet** in obere Süsswassermolasse und untere Meeresmolasse».

4. Hr. Schaffer spricht über «Prüfung von **Defraudationen an Wertzeichen**».
5. Hr. Th. Studer spricht über eine neu entdeckte **Samoterium-Art: Okapia**, welche im Urwald Central-Afrikas vorkommt.

Exkursion, Samstag den 23. November 1901.

Anwesend: 20 Mitglieder und Gäste.

Besichtigung der Rüben-Zuckerfabrik Aarberg.

969. Sitzung vom 30. November 1901.

Abends 8 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Hr. E. Kissling. Anwesend: 14 Mitglieder.

1. Die vom Kassier vorgelegte **Rechnung** über das abgelaufene Rechnungsjahr wird genehmigt und verdankt.
2. Die Mitglieder werden durch den Präsidenten eingeladen an der Feier zu Ehren des Herrn Professor Th. Studer (25jähriges Professorenjubiläum) teilzunehmen.
3. Hr. J. H. Graf spricht über «**Die Vermessung des Kantons Basel von Professor Daniel Huber** und ihre Bedeutung für die Dufour-Karte».
4. Hr. Ris macht eine kurze Mitteilung über **einen neuen Masstab** vom letzten internationalen Kongress für Mass und Gewicht in Paris.

970. Sitzung vom 14. Dezember 1901.

Abends 8 Uhr im pharmaceutischen Institut.

Vorsitzender: Hr. E. Kissling. Anwesend: 12 Mitglieder und 1 Gast.

1. Vertrag betreffend Übergabe der Bibliothek der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft an die Stadtbibliothek Bern.

   Es wird der Entwurf zu dem **Vertrag zwischen der Stadtbibliothek Bern und der bernischen naturforschenden Gesellschaft** verlesen und genehmigt.

   Auf Grund dieses Entwurfes wird der Vorstand ermächtigt, den definitiven Vertrag abzuschliessen.
2. Hr. G. Streun spricht über «**Nebelverhältnisse in der Schweiz**».
3. Hr. A. Benteli spricht über «**Kleine Föhnstudie**» und kurz über die neu erschienene Arbeit über den Föhn von Professor Wild.

   Ein Föhnerlebnis am Thunersee in den 80er Jahren brachte den Vortragenden zur Ueberzeugung von dem Bestehen von Lokaldepressionen in den Thälern, in welchen der Föhn zur Entwicklung kommt. Da ihm zu einer gründlichen Untersuchung sowohl das Material als die nötige Zeit fehlte, so begnügte er sich mit der Zeichnung der Luftdruckkurven der Stationen Lugano, Altorf, Basel und Bern für das Jahr 1887 und mit dem Einzeichnen der meteorologischen Elemente: Windrichtung und -Intensität, Temperatur und relative Feuchtigkeit für 14 schweizerische Normalstationen in kleine Kärtchen. Das Material dazu lieferten die Annalen der schweiz. meteorolog. Zentralstation Zürich. Aus diesen Aufzeichnungen konnte man auf das Bestehen der Lokaldepressionen während eines Föhns schliessen, aber

genaue Auskunft darüber geben eben nur synoptische Karten mit Isobaren von Millimeter zu Millimeter, wie solche die ausgezeichnete Arbeit von Professor Wild über den Föhn enthält, welche jüngst in den Denkschriften der schweiz. naturf. Gesellschaft erschienen ist. Besonderes Interesse bietet die Vergleichung der Barometerkurven von Lugano und Basel. Beinahe ausnahmslos steht bei Altorf Föhn verzeichnet, wenn die Lugano-Kurve sich um 5—11 Millimeter über die Basler-Kurve erhebt und umgekehrt steht bei Lugano oder bei Castasegna oder beiderorts Nordföhn verzeichnet, sobald die Basler-Kurve um ebensoviel über der Lugano-Kurve steht. Zum Schlusse teilt der Vortragende mit, wie Professor Wild das Herunterstürzen der Luft bei Föhn im Thalgrunde erklärt und durch Experiment zu beweisen versucht hat. Dies gab Anlass zu einer Diskussion, an welcher sich Herr Professor Brückner und der Vortragende beteiligten.

Verzeichnis der Mitglieder

der

Bernischen Naturforschenden Gesellschaft.

(Am 31. Dezember 1901.)

Die mit * bezeichneten Mitglieder wurden im Jahre 1901 neu aufgenommen.

Vorstand.

Dr. *E. Kissling,* Präsident.
Prof. Dr. *H. Strasser,* Vice-Präsident.
B. Studer, jun., Apotheker, Kassier seit 1875.
Prof. Dr. *J. H. Graf,* Redaktor der Mitteilungen seit 1883.
Dr. *Th. Steck,* Oberbibliothekar und Geschäftsführer des Lesezirkels.
Dr. *R. Huber,* Sekretär seit 1901.

Mitglieder.

1.	*Allemann,* J., Arzt, Zweisimmen	1898
2.	*Anderegg,* Ernst, Dr. phil. und Gymnasiallehrer, Bern	1891
3.	*Andreae,* Philipp, Apotheker, Bern	1883
4.	*Badertscher,* Dr. A., Sekundarlehrer, Bern	1888
5.	*Balmer,* Dr. Hans, Bern	1886
6.	*Baltzer,* Dr. A., Professor der Mineralogie und Geologie, Bern	1884
7.	*Beck,* Dr. Gottl., Lehrer des Freien Gymnasiums, Bern	1876
8.	*v. Benoit,* Dr. jur. G., Bern	1872
9.	*Benteli,* A., Rektor und Dozent, Bern	1869
10.	*Benteli,* A., Buchdrucker, Bern	1891
11.	**Bohren,* Lehrer an der landwirtsch. Schule Rütti	1901
12.	*Brückner,* Dr. Ed., Prof. der Geographie, Bern	1888
13.	*Brunner,* C., Dr. phil., Hofrath, Trautsohngasse 6, Wien	1846
14.	*Büchi,* Fr., Optiker, Bern	1874
15.	*Burri,* Dr. phil., Prosektor	1895
16.	*v. Büren,* Eug., allié von Salis, Sachwalter, Bern	1877
17.	*Coaz,* Dr., eidgenössischer Oberforstinspektor, Bern	1875
18.	*Conrad,* Dr. Fr., Arzt in Bern	1872
19.	*Dick,* Dr. Rud., Arzt in Bern	1876
20.	*Droz,* Arnold, Kantonsschullehrer in Pruntrut	1890

21. *Dubois,* Dr. med., Arzt, Privatdocent, Bern . . . 1884
22. *Dumont,* Dr. med. F., Arzt, Privatdocent, Bern . . 1890
23. *Dutoit,* Dr. med., Arzt in Bern 1867
24. *Egues,* Jules, Dr. med., Corgémont 1898
25. *Engelmann,* Dr., Apotheker in Basel 1874
26. *Farner,* Dr. A., Apotheker 1899
27. *v. Fellenberg,* Dr. phil. E., Bergingenieur, Bern . . . 1861
28. *Fischer,* Dr. phil. Ed., Professor der Botanik, Bern . . 1885
29. *Fischer,* Dr. L., Honorar-Professor, Bern 1852
30. *v. Freudenreich,* Dr. E., Bern 1885
31. *Friedheim,* Dr. Prof., Bern 1897
32. *Geering,* Ernst, Dr. med., Reconvillier 1898
33. *de Giacomi,* J., Dr. med., Arzt und Privatdocent, Bern . 1889
34. *Girard,* Prof. Dr. med., Arzt in Bern 1876
35. *Gosset,* Philipp, Ingenieur, Wabern bei Bern . . . 1865
36. *Graf,* Dr. J. H., Professor der Mathematik, Bern . . 1874
37. *Gressly,* Alb., Oberst, Maschinen-Ingenieur, Bern . . 1872
38. *Grimm,* J., Präparator, Bern 1876
39. *Gruner,* Dr. Paul, Gymnasiallehrer und Docent, Bern . 1892
40. *Guillebeau,* Professor Dr., Bern 1878
41. *Haaf,* C., Droguist, Bern 1857
42. *Haas,* Dr. med., Sigismund, Arzt in Muri bei Bern . . 1890
43. *Häni,* Rud., Dr. med., Arzt in Köniz 1900
44. *Hartmann,* Dr. phil., Mathemat. a. Eisenbahndepartement, Bern 1898
45. *Heffter,* Dr. A. W. A., Prof. der med. Chemie u. Pharmakologie 1899
46. *Held,* Leon, Chef des eidgen. topograph. Bureaus, Bern . 1879
47. *Huber,* Dr. G., Professor der Mathematik, Bern . . 1888
48. *Huber,* Rud., Dr. phil., Gymnasiallehrer, Bern . . . 1891
49. *Hug,* Otto, Dr. phil., Bern 1897
50. *Hugi,* E., Dr. phil., Assistent am geolog. Institut, Bern . 1900
51. **Jacky,* Ernst, Dr. phil., Werdtweg 21, Bern . . . 1901
52. *Jadassohn,* Dr. Prof., Bern 1897
53. *Jenner,* E., Entomolog, hist. Museum, Bern . . . 1870
54. *Jonquière,* Dr. med. Georg, Arzt in Bern 1884
55. *Käch,* P., Sekundarlehrer in Bern 1880
56. *Kaufmann,* Alfr., Dr. phil. und Gymnasiallehrer, Bern . 1886
57. *Kesselring,* H., Lehrer an der Sekundarschule in Bern . 1870
58. *Kissling,* Dr. E., Sekundarlehrer und Privatdocent, Bern . 1888
59. *Kobi,* Dr., Rektor der Kantonsschule Pruntrut . . . 1878
60. *Kocher,* Dr., Professor der Chirurgie, Bern . . . 1872
61. *von Kostanecki,* Dr., Professor der Chemie, Bern . . 1896
62. *König,* Emil, Dr. phil., Gymnasiallehrer, Bern . . . 1893
63. *Körber,* H., Buchhändler in Bern 1872
64. *Kraft,* Alex., Besitzer des Bernerhofs, Bern . . . 1872
65. *Krebs,* A., Seminarlehrer in Bern 1888
66. *Kronecker,* Dr. H., Professor der Physiologie, Bern . . 1884
67. *Kummer,* Dr. med. J., Arzt in Bern 1890
68. *La Nicca,* Dr. med. R., Arzt in Bern 1899
69. *Lanz,* Dr. Em., Arzt in Biel 1876
70. *Leist,* Dr. K., Lehrer an der Sekundarschule in Bern . 1888
71. *Lerch,* M., Professor Dr. in Freiburg 1898

72. *v. Lerber*, A., Dr. med., Arzt in Laupen 1898
73. *Lindt*, Dr. med., W. jun., Arzt und Dozent in Bern . 1888
74. *Lory*, C. L., Rentier in Münsingen 1894
75. *Lüscher*, E., Dr. med. in Bern 1895
76. *Lütschg*, J., gewesener Waisenvater in Bern . . . 1872
77. *Marckwald*, Dr. Max, Frankfurt a. M. 1889
78. *Marti*, Lehrer an der Neuen Mädchenschule in Bern . 1892
79. **Mooser*, W., Dr., Belpstrasse 71, Bern 1901
80. *Moser*, Ch., Professor Dr. in Bern 1884
81. *Müller*, Emil, gew. Apotheker in Bern 1882
82. *Müller*, Professor Dr., P., in Bern 1888
83. *Müller*, Max, Dr. med. in Bern 1893
84. *v. Mutach*, Alfred, von Riedburg, Bern 1865
85. *Mützenberg*, Dr. med. Ernst, Spiez 1885
86. *Nanny*, Dr. Wilhelm, Arzt in Mühleberg 1890
87. *Nicolet*, L., Pharmacien, St. Imier 1892
88. *Pfister*, J. H., Mechaniker in Bern 1871
89. *Pflüger*, Dr. Professor in Bern 1889
90. *Pulver*, E., Apotheker in Interlaken 1890
91. *Pulver*, G., Vorsteher in Hindelbank 1891
92. *Renfer*, H., Dr. Prof. an der Handelsakademie in St. Gallen 1898
93. *Ris*, F., Lehrer der Physik am städtischen Gymnasium . 1869
94. *Rothen*, A., Sekundarlehrer, Bern 1900
95. *Rothenbühler*, Dr., Sekundarlehrer in Bern. . . . 1896
96. *Rubeli*, Dr. O., Professor an der Thierarzneischule, Bern . 1892
97. *Sahli*, Professor Dr. H., Bern 1875
98. *Sauter*, Dr. J., Ingenieur, Bern 1900
99. *Schaffer*, Dr., Kantonschemiker und Docent, Bern . . 1878
100. *Schapiro*, Dr. J., Bern 1900
101. *Schlachter*, Dr., Gymnasiallehrer, Bern 1884
102. *Schmid*, Dr. W., Oberst, Oberinstruktor der Artillerie, Bern 1891
103. *Schürch*, Otto, Dr. phil., Zahnarzt, Langnau . . . 1898
104. *Sidler*, Dr., Honorar-Professor, Bern 1856
105. *v. Speyer*, Dr. Prof., Direktor der Waldau . . . 1898
106. **Spiess*, Otto, Dr., Assistent in Trappes (France) . . 1901
107. *Stäger*, Rob., Dr. med., Bern 1898
108. *Steck*, Th., Dr. phil., Conservator am Naturhist. Museum Bern 1878
109. *Steiger*, Hans, Oberstlieutenant, Bern 1897
110. *Stooss*, Professor Dr. med. Max, Arzt in Bern . . . 1883
111. *Strasser*, Dr. Hans, Professor der Anatomie, Bern . . 1872
112. *Strelin*, Alexander, Dr. med., Arzt, Bern 1898
113. *Streun*, G., Dr., Lehrer auf der Rütti 1898
114. *Studer*, Bernhard, sen., Bern 1844
115. *Studer*, Bernhard, Apotheker, Bern 1871
116. *Studer*, Dr. Theophil, Professor der Zoologie, Bern . 1868
117. *Studer*, Wilhelm, Apotheker in Bern 1877
118. *Tambor*, J., Dr. phil., Prof., Laboratorium, Bern . . 1894
119. *Tanner*, G. H., Apotheker in Bern 1882
120. *Tavel*, Professor Dr. E., Bern 1892
121. *Thiessing*, Dr., Redaktor, Bern 1867
122. **Thomann*, Dr., Apotheker in Bern 1901

123. **Truninger*, E., Cäcilienstrasse 44, Bern 1901
124. *v. Tscharner*, Dr. phil. L., Oberst, Bern 1874
125. *v. Tscharner-de Lessert*, Oberst, Bern 1878
126. *Tschirch*, Dr. A., Professor der Pharmakognosie in Bern . 1890
127. *Valentin*, Professor Dr. med. Ad., Arzt in Bern . . 1872
128. *Vögeli*, H., Dr. med., Thun 1898
129. *Volz*, Wilhelm, Apotheker in Bern 1887
130. *Wäber-Lindt*, A., Bern 1864
131. *Walthard*, Max, Dr. med. P.-D., Arzt in Bern . . . 1894
132. *Wanzenried*, Sekundarlehrer in Grosshöchstetten . . 1867
133. *v. Wattenwyl-v. Wattenwyl*, Jean, Oberst, Bern . . 1877
134. *Wilhelmi*, A., Dr. Thierarzt, Bern 1898
135. *Wollensack*, Heinrich, Dr. med., Giessbach . . . 1898
136. *Wüthrich*, Dr. phil. E., Direktor der Molkereischule Rütti 1892
137. *Wyss*, Dr. G., Buchdrucker in Bern 1887
138. *Wyttenbach-v. Fischer*, Dr., Arzt in Bern 1872
139. *Zeller*, R., Dr. phil., Geolog, Bern 1893
140. *Zumstein*, Dr. med., J. J., in Marburg . . . 1885

Mitgliederzahl auf 31. Dezember 1901: 144.

Im Jahre 1901 ausgetreten:

Kürsteiner, Dr. med., Bern 1895
Marti, Christian, Sekundarlehrer in Nidau 1889
Rothenbach, Alfred, Alt-Gasdirektor in Bern 1901
Schütz, Assistent des Kantonschemikers, Bern 1896

Im Jahre 1901 gestorben:

Berdez, H., Professor an der Thierarzneischule, Bern . . 1879
Koller, G., Ingenieur, Bern 1872

Korrespondierende Mitglieder:

1. *Flesch*, Dr. M., Arzt in Frankfurt 1882
2. *Gasser*, Dr. E., Professor der Anatomie in Marburg . . 1884
3. *Graf*, Lehrer in St. Gallen 1858
4. *Grützner*, Dr. A., Professor in Tübingen 1881
5. *Hiepe*, Dr. Wilhelm, in Birmingham 1874
6. *Imfeld*, Xaver, Topograph in Hottingen 1880
7. *Krebs*, Gymnasiallehrer in Winterthur 1864
8. *Landolf*, Dr., in Chili 1881
9. *Lang*, Dr. A., Professor in Zürich 1876
10. *Leonhard*, Dr., Veterinär in Frankfurt 1870
11. *Lichtheim*, Professor in Königsberg 1881
12. *Metzdorf*, Dr., Prof. der Vet.-Schule in Proskau, Schlesien. 1870
13. *Petri*, Dr. Ed., Professor der Geographie in St. Petersburg 1883
14. *Regelsperger*, Gust., Dr., rue la Boétie 85, Paris . . 1883
15. *Rothenbach*, Lehrer am Lehrerseminar in Küssnacht . . 1871
16. *Wälchli*, Dr. med. D. J., Buenos Ayres 1873
17. *Wild*, Dr. Professor, in Zürich 1859

Rechnung der bernischen naturforschenden Gesellschaft pro 1900.

Einnahmen.

Saldo letzter Rechnung	Fr.	324.65
An Jahresbeiträgen	»	1120.—
An Eintrittsgeldern	»	25.—
An Zinsen	»	128.80
	Fr.	1598.45

Ausgaben.

Mitteilungen	Fr.	649.50
Bibliothek	»	718.55
Sitzungen	»	99.60
Lesezirkel	»	307.70
Verschiedenes	»	66.25
	Fr.	1841.60

Bilanz.

Ausgaben	Fr.	1841.60
Einnahmen	»	1598.45
Passiv-Saldo	Fr.	243.15

Reservefonds

ist im Jahre 1900 unverändert geblieben mit . . Fr. 1800.—

Koch-Fundus

ist nunmehr angelegt in einem Kassa-Schein der Hypothekar-Kassa des Kantons Bern à 4% . . . . » 500.—

Vermögensetat.

Das Vermögen der bernischen naturforschenden Gesellschaft besteht auf 31. Dezember 1900 in dem Reservefonds . .	Fr.	1800.—
Kochfundus	»	500.—
	Fr.	2300.—
Weniger dem Passiv-Saldo obiger Rechnung . .	»	243.15
Demnach netto	Fr.	2056.65
Auf 31. Dezember 1899 betrug das Vermögen . .	Fr.	2124.65
Auf 31. Dezember 1900 beträgt dasselbe . . .	»	2056.85
Es ergiebt sich demnach eine Verminderung um . .	Fr.	67.80

Der Kassier:

B. Studer-Steinhäuslin.

Genehmigt in der Sitzung vom 30. November 1901.

G. Sidler.

Die Schale Vivianis.

(Eingereicht Febr. 1901.)

Die Aufgabe Vivianis, auf der Kugel ein quadrirbares Flächenstück zu begrenzen, lässt eine völlig elementare Behandlung zu.

1. In jedem eingehendern Lehrbuche der Stereometrie finden wir die Quadratur der sogen. hufförmigen Abschnitte des geraden Kreiscylinders. Wir können daher den folgenden Satz als bekannt voraussetzen:

Sei A C B die halbkreisförmige Basis eines geraden Cylinders (Fig. 1), so legen wir durch den Durchmesser A O B derselben eine Ebene A D B, die mit der Basis einen Winkel $= 45^0$ bilde. Dies vorausgesetzt, ist der Flächeninhalt des von der Basis A C B und der Schnittlinie A D B jener Ebene mit dem Cylindermantel begrenzten Teiles des Cylindermantels $= 2\,R^2$, wo R der Radius des Cylinders.

In der That legen wir durch den höchsten Punkt D der Schnittlinie A D B parallel zur Basis die obere Grenzebene D G E des Cylinders, welche die Axe O P in P schneide, so ist C D = O C, also O P = R. Eine durch die Axe gehende Ebene P O1k, die mit der Ebene P O A E den Winkel λ bilde, schneide nun die Cylinderfläche in der Erzeugenden 1k, und 1k treffe die Schnittlinie A D B im Punkte S; ferner sei n h die Projektion von 1k auf die Ebene A B G E. Endlich sei 1′k′ eine benachbarte Erzeugende des Cylinders und n′h′ deren Projektion. Nun ist $1S = n1 = R \sin \lambda$ und somit Flächenelement $11'SS' = 11' . R \sin \lambda$.

Das Element 11′ des Äquators bildet mit nn′ den Winkel $90^0 - \lambda$, und daher ist $nn' = 11' . \sin \lambda$ und Flächenelement $nn'hh' = R . nn' = 11' . R \sin \lambda$.

Die Flächenelemente 11′SS′ und nn′hh′ sind also einander gleich und somit Hufffläche ACB, ASDS′′B = Rechteck A B G E $= 2\,R^2$, wie z. z.

2. Betrachten wir nun die Kugel (Fig. 2), deren Durchmesser AOB ist, die also den Cylindermantel längs des Äquators ACB und die obere Grenzfläche im Pole P dieses Äquators berührt. Dies vorausgesetzt, schneiden wir Cylinder und Kugel durch ein System von Ebenen parallel zur Basis ACB. Eine dieser Ebenen schneide die Axe OP im Punkte J und die Ebene ADB in der Geraden SS'' (Fig. 1), und S, S'' seien die Punkte, wo die Gerade SS'' die Cylinderfläche schneidet, so mögen die Radien JS und JS'' des Cylinders die Kugelfläche in den Punkten s und s'' durchdringen (Fig. 2). Der Ort der Punkte s und s'' ist nun eine sphärische Kurve AsuPu''s''B. Nach einem elementaren Satze der Stereometrie ist aber der Inhalt der vom Äquator ACB und von der obigen Kurve AsuPu''s''B begrenzten Teiles der Kugelfläche gleich dem Inhalte der Projektion dieser Fläche auf den dem Kugeläquator umschriebenen Cylinder, d. h. gleich dem Teile der Cylinderfläche zwischen dem Äquator ACB und der Kurve ASDS''B (Fig. 1). Wir erhalten daher den Satz: *Der vom halben Aequator ACB und von der Ortskurve AsPs''B der Punkte s und s'' begrenzte Teil der Kugelfläche ist quadrirbar: der Inhalt dieses sphärischen Flächenstückes ist* $= 2R^2$, *wo R der Radius der Kugel, oder gleich der Fläche des dem Meridiane APB umschriebenen Rechtecks ABGE.*

3. Auf der obigen Kugel (Fig. 2) sei Psl der durch s gehende Meridian und $\lambda = AOl$ die geographische Länge dieses Meridians; ferner sei K die Projektion des Punktes s auf die Äquatorebene und (Fig. 1) n die gemeinsame Projektion der Punkte S und l auf den Durchmesser AOB, so ist $\sphericalangle lnS = 45^0$, also $Sl = nl = R \sin \lambda$. Anderseits $Sl = sK$. Somit $sK = R \sin \lambda$ und daher $\sphericalangle sOK = \lambda$, d. h.: die geographische Breite des Punktes s ist gleich dessen geographischer Länge. Wir erhalten daher von der Vivianischen Ortskurve der Punkte s und s'' auch folgende Erzeugung: *Auf der kugelförmigen Erdoberfläche bewege sich ein Reisender vom Ausgangspunkte A der geographischen Längen auf dem Aequator so gegen den Pol P hin, dass seine geographische Breite stets gleich seiner geographischen Länge sei, so beschreibt derselbe den Zweig AsP der Vivianischen Kurve. Zählt man aber vom Diametralpunkt B von A aus die Längen im entgegengesetzten Sinne, so beschreibt ein Reisender, der sich in analoger Weise von B aus zum Pole P bewegt, den zu AsP symmetrischen Zweig Bs''P der Vivianischen Kurve.*

Fig. 1

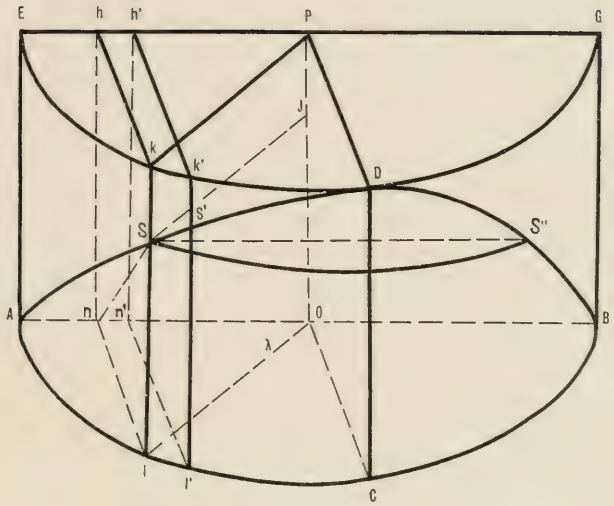
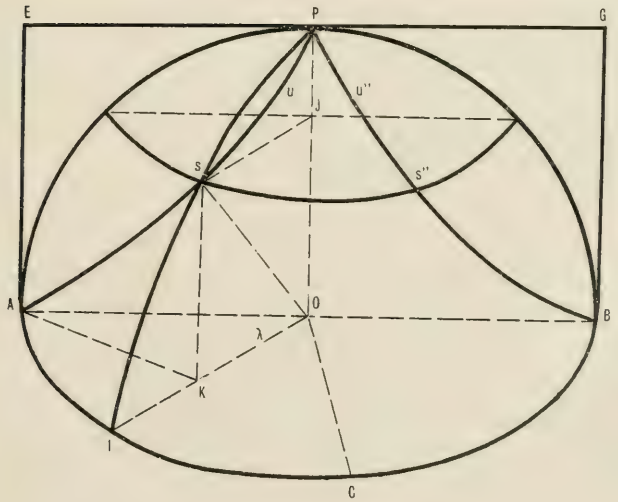


Fig. 2



4. Ziehen wir in Fig. 2 die Gerade AK, so sind die Dreiecke AOK und sOK kongruent, denn sie haben je zwei Seiten und den eingeschlossenen Winkel λ gleich. Daher steht AK senkrecht zu OK und der Ort des Punktes K ist der um OA als Durchmesser beschriebene Kreis. Die Projektion des Zweiges AsuP der Vivianischen Kurve auf die Ebene des Äquators ACB ist also der um AO als Durchmesser beschriebene Halbkreis. Hieraus die gewöhnliche Erzeugungsweise der Vivianischen Kurve (Fig. 3) *als Durchschnitt der Kugelfläche mit dem geraden Cylinder, dessen Basis der in der Aequatorebene der Kugel liegende um den Aequatorradius A O als Durchmesser beschriebene Kreis ist.* Bezeichnen wir mit H die Mitte der Strecke AO, so geht durch H die Axe HL dieses Cylinders, und wir wollen diesen Cylinder, im Gegensatze zu dem in § 1 betrachteten Cylinder O, den Cylinder H nennen.

5. Die Kurve ADB auf der Cylinderfläche O (Fig. 1) ist die Hälfte einer *Ellipse*, deren halben Axen respektive $R\sqrt{2}$ und R sind. Der Brennpunkt dieser Ellipse liegt auf der dem Cylinder eingeschriebenen Kugelfläche in Fig. 2 und ist die Mitte des Quadranten PC. Nun ist Sl = nl (Fig. 1); wird daher die Cylinderfläche abgewickelt, so geht die Kurve ADB in eine *Sinusoïde* über. Für die Fläche des betrachteten Cylinderhufes ADB erhalten wir somit

$$\int_0^{\pi} R \sin \lambda \,.\, R \,.\, d\lambda = R^2 \,.\, \Big(-\cos\lambda\Big)_0^{\pi} = 2R^2, \text{ wie oben in § 1.}$$

6. Nehmen wir A zum Ursprung rechtwinkliger Koordinaten, die Äquatorebene ACB zur x, y Ebene und legen die positive x Axe durch O (Fig. 3), so ist die Gleichung der Kugelfläche $x^2 - 2Rx + y^2 + z^2 = 0$, und die Gleichung des in § 4 genannten Cylinders H $x^2 - Rx + y^2 = 0$. Durch die Vivianische Kurve geht daher das Büschel von Rotationsflächen zweiten Grades

$$(1+k)x^2 - (2+k)Rx + (1+k)y^2 + z^2 = 0,$$

wo k eine willkürliche Konstante. Die Äquatorkreise dieser Flächen liegen in der x, y Ebene und berühren einander im Punkte A, die Mittelpunkte erfüllen die x Axe und die Rotationsaxen sind der z Axe parallel. Da alle Büschelflächen durch die Vivianische Kurve gehen, so gehen die in die z, x Ebene fallenden Meridiane dieser Flächen durch die Pole P und P′ der gegebenen Kugel und berühren einander im Punkte A.

Wenn k positiv, so ist die betreffende Büschelfläche ein verlängertes Rotationsellipsoïd und sämtliche Meridiane der Fläche haben dann auf der Rotationsaxe ein gemeinsames Paar reeller Brennpunkte. Die Abscisse des Mittelpunktes M des Ellipsoïdes und zugleich der Radius AM des Äquators ist $\alpha = \frac{2+k}{1+k} \cdot \frac{R}{2} = \frac{R}{2} + \frac{1}{1+k} \cdot \frac{R}{2}$, und die halbe Rotationsaxe ist $\gamma = \frac{2+k}{\sqrt{1+k}} \cdot \frac{R}{2}$. Wenn k von 0 an ins positiv Unendliche wächst, so nimmt α von R bis $\frac{R}{2}$ ab. Die Äquatorkreise dieser verlängerten Rotationsellipsoïde bestehen also in dem von den Äquatorkreisen ACB und AKO der Kugel und des Cylinders H erzeugten Büschel sich in A berührender Kreise aus denjenigen Kreisen, die den Raum zwischen jenen zwei Grundkreisen erfüllen, oder deren Mittelpunkte die Strecke OH erfüllen. Während die halbe kleine Axe α der Meridianellipsen von R bis $\frac{R}{2}$ abnimmt, wächst die halbe grosse Axe γ von R bis ∞. Die Distanz der Brennpunkte von der Äquatorebene nimmt also von 0 bis ∞ zu und es wird somit ein Ellipsoïd geben, wo die Brennpunkte auf der Kugelfläche liegen. Bestimmen wir dieses Ellipsoïd:

Wenn F ein Brennpunkt dieses speziellen Ellipsoïdes, so ist $AM = \alpha$, $AF = \gamma$ und das rechtwinklige Dreieck AFB giebt $\gamma^2 = 2R\alpha$, d. h. $\frac{(2+k)^2}{1+k} \cdot \frac{R^2}{4} = \frac{2+k}{1+k} R^2$, woraus $2+k=4$ oder $k=2$. Das betreffende Ellipsoïd ist also $3x^2 - 4Rx + 3y^2 + z^2 = 0$, und hier ist $\alpha = \frac{2R}{3}$, $\gamma = \frac{2R}{\sqrt{3}}$. Wenn also M der Mittelpunkt dieses Ellipsoïdes, so ist $AM = \frac{2}{3} AO = \frac{1}{3} AB$, und die Brennpunkte F und F′ desselben sind die Punkte, wo die in M in der Ebene APB zu AB errichtete Senkrechte den Kugelmeridian APB trifft. Ein beliebiger Meridian dieses speziellen Rotationsellipsoïdes treffe die Kugelfläche O und somit die Vivianische Kurve im Punkte s, so besteht für die Sehnen Fs und F′s die Relation $Fs + F's = 2AF$ oder $Fs + F's = \frac{4R}{\sqrt{3}}$.

Der Strahl AF treffe die Gerade OP in f und der Strahl BF treffe die in A an den Kreis APB gelegte Tangente in q (Fig. 3), so

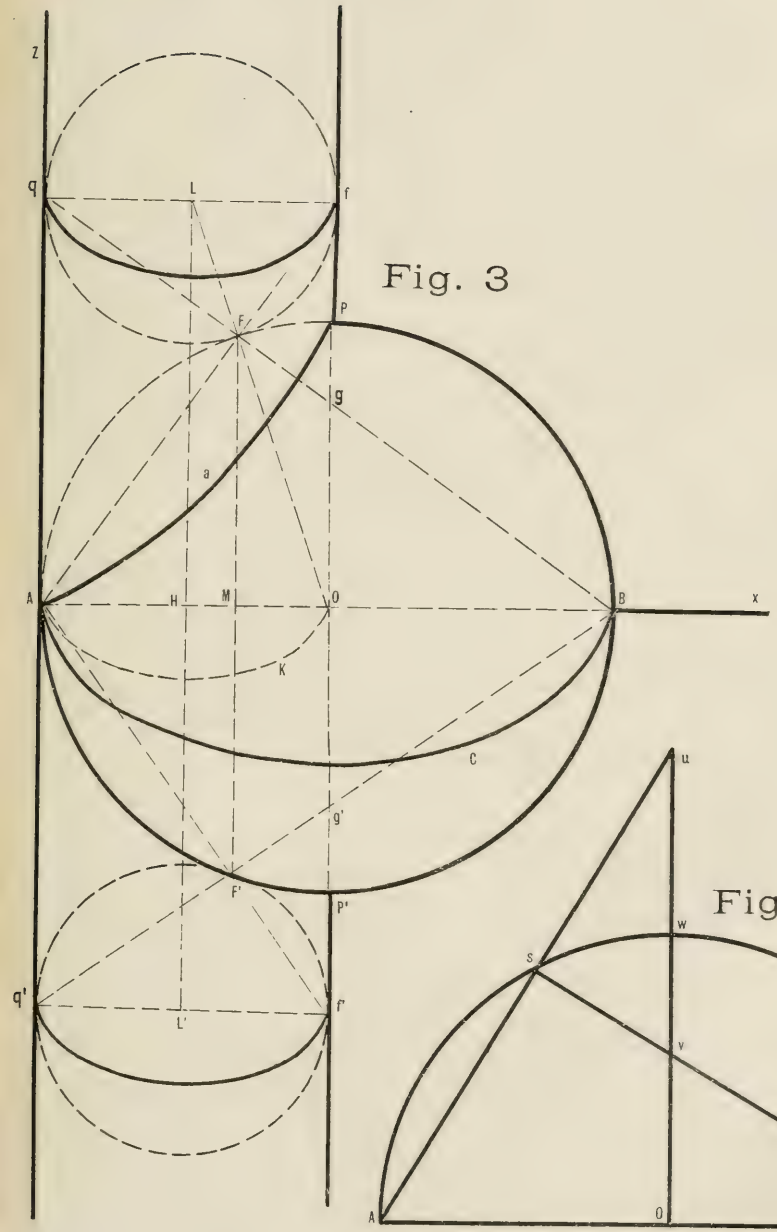


Fig. 3

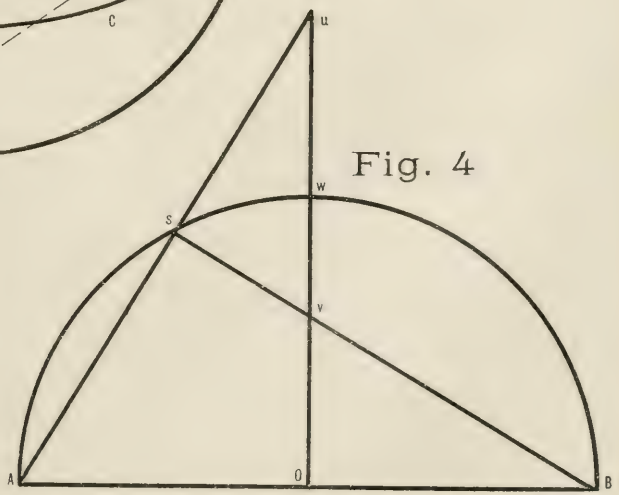


Fig. 4

hat man $\frac{Of}{MF} = \frac{AO}{AM} = \frac{3}{2}$ und $\frac{Aq}{MF} = \frac{AB}{MB} = \frac{3}{2}$. Somit $Of = Aq$, und zwar $Of = Aq = \frac{3}{2} MF = \frac{3}{2}\sqrt{AM \cdot MB} =$

$$= \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2R}{3} \cdot \frac{4R}{3}} = R\sqrt{2}, \text{ oder } Of = Aq = AP.$$

Bestimmt man also auf dem Meridian APB der Kugelfläche O die beiden Punkte F und F' derart, dass man durch den Punkt M auf AB, wo $AF = \frac{1}{3} AB$, *zu AB eine Senkrechte zieht, welche jenen Meridian in F und F' trifft, oder dass man auf OP die Strecken* $\left.\begin{matrix} Of \\ Of' \end{matrix}\right\} = AP$ *macht und die Strahlen Af und Af' zieht, welche den Kreis APB in F und F' wieder treffen, oder dass man auf der in A an den Meridian APB gelegten Tangente die Strecken* $\left.\begin{matrix} Aq \\ Aq' \end{matrix}\right\} = AP$ *macht und die Strahlen Bq und Bq' zieht, welche den Kreis APB wieder in F und F' treffen, so wird, wenn man in F und F' die Enden eines undehnbaren Fadens befestigt, dessen Länge gleich der gebrochenen Linie FAF' ist, ein Stift s, der diesen Faden stets zu einer gebrochenen Geraden Fs + F's spannt, auf der Kugelfläche O die Vivianische Kurve beschreiben.*

Wir können daher *F und F' die Brennpunkte der Vivianischen Kurve* nennen.

7. Da $Of = Aq$, so ist die Gerade qf parallel zu AB und das Dreieck qFf ist zu BFA ähnlich und liegt zu diesem perspektivisch mit dem perspektivischen Zentrum F und da $qf = \frac{1}{2} BA$, so ist das Ähnlichkeitsverhältnis $\frac{1}{2}$. Der Strahl OF geht daher durch die Mitte von qf, d. h. durch den Punkt L, wo qf die Axe HL des Cylinders H schneidet, und es ist $LF = \frac{1}{2} FO$, d. h. $LF = \frac{1}{2} R$. Beschreiben wir daher um L als Mittelpunkt eine Kugel mit dem Radius $\frac{R}{2}$, so berührt diese Kugel die gegebene Kugel O im Punkte F und ist zugleich dem Cylinder H eingeschrieben.

Wir erhalten so den Satz von d'Arrest: *Ist eine Kugel O gegeben, und beschreiben wir einen geraden Cylinder, dessen Basis in der Aequatorebene ACB der Kugel der um den Radius AO dieses Aequators als Durchmesser beschriebene Kreis AKO ist und konstruieren endlich die beiden Kugeln, die dem Cylinder eingeschrieben sind und die zugleich die gegebene Kugel O von aussen berühren, so sind die Berührungspunkte F und F′ jener beiden Kugeln mit der Kugel O die Brennpunkte der Vivianischen Kurve, die durch die Schnittlinie des Cylinders mit der Kugelfläche O gebildet wird.*

Für die Mittelpunkte L und L′ jener beiden Kugeln hat man $\left.\begin{matrix} HL \\ HL' \end{matrix}\right\} = R\sqrt{2} = AP$. Die Punkte L und L′ sind auch bestimmt als Schnittpunkte der Cylinderaxe mit dem zum Kreise APB konzentrischen Kreise vom Radius $\frac{3R}{2}$. Wenn f und q die Berührungspunkte der Kugel L mit den in der Ebene APB liegenden Erzeugenden OP und Aq des Cylinders, so liegen die Punkte A, F, f und B, F, q je in einer Geraden.

8. Für $k = -2$ geht die Büschelfläche des § 4 in den rechtwinkligen Rotationskegel $x^2 + y^2 = z^2$ über, dessen Spitze A und dessen Axe die z Axe ist. *Die Vivianische Kurve ist daher auch die Schnittlinie einer Kugelfläche mit einem rechtwinkligen Rotationskegel, dessen Spitze ein Punkt A der Kugel und dessen Axe eine Tangente der Kugelfläche im Punkte A ist.*

Für $x = R$ erhalten wir aus der Gleichung dieses Kegels die *stereographische Projektion der Vivianischen Kurve für den Pol A* $z^2 - y^2 = R^2$. Diese Projektion ist also in der Meridianebene PCP′ der Kugel *die rechtwinklige Hyperbel, die zu Scheiteln die Punkte P und P′ hat.* Seien f und f′ die Brennpunkte dieser Hyperbel, so ist $Of = R\sqrt{2}$. Anderseits $\overline{MF^2} = AM \cdot MB = \frac{2R}{3} \cdot \frac{4R}{3}$, also $MF = \frac{2}{3} R\sqrt{2}$. Somit $MF = \frac{2}{3} \cdot Of$. Der Strahl AF trifft also OP im Brennpunkt f der Hyperbel. *Nimmt man also vom Punkte A der Kugel aus die stereographische Projektion der Vivianischen Kurve, so gehen die Brennpunkte F und F′ dieser Kurve in die Brennpunkte f und f′ der gleichseitigen Hyperbel über, welche jene stereographische Projektion bildet.*

Sei AwB (Fig. 4) ein beliebiger durch den Durchmesser AB gehender Hauptkreis der gegebenen Kugel. s ein auf demselben liegender Punkt der Vivianischen Kurve, und seien u und v die stereogr. Projektionen von s respektive von den Punkten A und B aus, so ist $\frac{Ou}{OA} = \frac{Bs}{As}$ und $\frac{Ov}{OB} = \frac{As}{Bs}$, also $Ou \,.\, Ov = R^2$. Wenn also (u) die stereographische Projektion irgend einer sphärischen Kurve (s) von einem Punkte A der Kugel aus und wir transformieren (u) mittelst reciproker Radien in Bezug auf den Grosskreis der Kugel, dessen sphärisches Centrum A ist, als Grundkreis, so erhalten wir die stereographische Projektion (v) von (s) vom Diametralpunkte B von A aus. Nun ist die Gleichung der Hyperbel $z^2 - y^2 = R^2$ in Polarkoordinaten $r^2 (\cos\varphi^2 - \sin\varphi^2) = R^2$. Die in Bezug auf den konzentrischen Grundkreis von Radius R transformierte Gleichung ist $r^2 = R^4 \cdot \frac{\cos\varphi^2 - \sin\varphi^2}{R^2}$ oder wieder in rechtwinkligen Koordinaten $z^2 + y^2 = \frac{R^2 (z^2 - y^2)}{x^2 + y^2}$, d. h. $(z^2 + y^2)^2 = R^2 (z^2 - y^2)$. *Die stereographische Projektion der Vivianischen Kurve vom Diametralpunkte B von A aus ist also die Lemniskate, deren Scheitel P und P′ sind.* Seien g und g′ zwei Punkte der z Axe in der Distanz $\pm$ c vom Mittelpunkt O, so hat man für die Radien Vektoren ϱ und ϱ', die von diesen Punkten nach einem Punkte (z, y) der Kurve gehen, $\varrho^2 = y^2 + (z - c)^2$, $\varrho'^2 = y^2 + (z + c)^2$, also $\varrho^2 \varrho'^2 = (z^2 + y^2)^2 - 2c^2 (z^2 - y^2) + c^4$, d. h. zufolge der Kurvengleichung. $\varrho^2 \varrho'^2 = (R^2 - 2c^2)(z^2 - y^2) + c^4$. Wenn also $c = \frac{R}{\sqrt{2}}$, so kommt $\varrho\varrho' = c^2$. Diese zwei festen Punkte g und g′ auf der Hauptaxe $PP' = 2R$ der Kurve, wo die von diesen Punkten nach einem variabeln Punkte der Kurve gehenden Radien Vektoren ϱ und ϱ' ein konstantes Produkt bilden, sind *die Brennpunkte der Lemniskate.* Die Distanz dieser Punkte vom Zentrum O der Kurve ist also $Og = \frac{R}{\sqrt{2}}$. Nun war $Of = R\sqrt{2}$, also $Of \,.\, Og = R^2$. Die beiden Punkte f und g sind also einander in Bezug auf den Kreis vom Durchmesser PP′ harmonisch zugeordnet und somit sind g und f die stereographischen Projektionen von den Diametralpunkten B und A aus eines nämlichen Punktes F der Kugelfläche. Oder da

$Og = \frac{R}{\sqrt{2}}$, so ist (Fig. 3) $Og = \frac{1}{2} Aq$; der Strahl Bq, d. h. der Strahl BF schneidet also OP im Brennpunkt g der Lemniskate, w. z. z.

Nimmt man also von den Endpunkten A und B des Kugeldurchmessers A B aus die stereographischen Projektionen der Vivianischen Kurve, so sind dieselben respektive eine rechtwinklige Hyperbel mit den Scheiteln P und P′ und eine Lemniskate mit den Scheiteln P und P′. Die Brennpunkte dieser beiden Kurven sind die stereographischen Projektionen eines nämlichen Punktenpaares F, F′ der Kugelfläche und F, F′ sind hinwieder die Brennpunkte der Vivianischen Kurve.

Dr. Fritz Machacek-Wien.

Beiträge

zur

Kenntnis der lokalen Gletscher des Schweizer und französischen Jura.

Obwohl bereits Agassiz auf das Vorhandensein von rein jurassischen Moränen im Innern des Schweizer Jura aufmerksam gemacht hatte[1]), so erfuhren dieselben doch erst 1891 durch *Auguste Jaccard* eingehendere Würdigung, der seinen »Contributions à l'étude du terrain erratique dans le Jura» (Bull. soc. sc. nat. Neuchâtel XX. 1891 pag. 124 ff.) ein reichhaltiges Verzeichnis von Fundstellen jurassischer Erratica beigab. In der jüngsten Zeit ist die Frage nach der Grösse und Bedeutung der lokalen Juragletscher durch *H. Schardt* aufgegriffen worden.[2]) Schardt gelangte anlässlich der Revision des Blattes XVI der geologischen Karte der Schweiz zu der Ansicht, dass nach Rückzug des letzten Rhônegletschers die lokalen Gletscher des Jura eine Rekurrenzphase mitgemacht, nämlich den Fuss des Gebirges verlassen und sich weit in die den Genfer See umrahmenden Ebenen erstreckt hätten. So soll u. a. ein grosser Juragletscher vom Col du Marchairuz zwischen Bière und Gimel abgeflossen und gelegentlich bis Aubonne und Savigny gereicht haben. *Baltzer* ist dieser Auffassung entgegengetreten[3]) und sieht in den von Schardt für Juramoränen angesprochenen und kartierten Vorkommnissen teils Seitenmoränen, teils fluvioglaciale Bildungen des Rhônegletschers; überhaupt hält Baltzer eine »Rekurrenzphase» der Juragletscher klimatologisch für unmöglich und die Existenz von 10—12 km langen Gletscherzungen für unvereinbar mit den entsprechenden kleinen Einzugsgebieten.

[1]) Agassiz, Untersuchungen über die Gletscher 1841, pag. 282.

[2]) Schardt, über die Rekurrenzphase der Juragletscher nach dem Rückzug des Rhônegletschers, Eclogae, geologiae helvetiae V 1898, pag. 511 ff. und Archives des sc. nat. Genève 1898, 39, pag. 482.

[3]) Baltzer, Beiträge zur Kenntnis des diluvialen Rhônegletschers, Mitt. Berner naturf. Gesellsch. 1899 und Eclogae VI 1900, pag. 378.

Eine kurze Durchstreifung des Schweizer Jura, die ich zum Zweck morphologischer Studien im August dieses Jahres unternahm, führte mich auch dazu, die Frage nach der Rekurrenzphase der Juragletscher an andern von Schardt erwähnten Punkten zu studieren und weiteres Material zur Kenntnis der lokalen Gletscher des Jura zu sammeln.

Oberhalb Gex tritt der Journan aus der Jurakette in das zwischen Jura und Genfer-See gelegene, von den fluvio-glacialen Ablagerungen des Rhônegletschers bedeckte Molasseplateau. In seinem Oberlaufe durchströmt er ein kleines, von der Gruppe des M. Colombier (1689 m) überragtes Combenthälchen, in dem durch den Bach an mehreren Stellen eine jurassische Moräne aufgeschlossen ist, die als solche von Schardt auf der 2. Auflage von Blatt XVI der geolog. Karte der Schweiz verzeichnet ist. Das Material ist durchaus jurassisch, geschrammte Geschiebe sind nicht selten. Sobald der Bach durch eine enge Klus das Gebirge verlassen hat, erscheinen zu beiden Seiten mächtige Ufermoränen, in denen neben dem jurassischen Material, aber immer sehr spärlich, auch einige alpine Geschiebe sich vorfinden. Ich schätze das Verhältnis zu 1 A : 100 J.[1]) Oberhalb des Städtchens Gex, am rechten Bachufer ist die Moräne durch 2 grosse Kiesgruben aufgeschlossen und zeigt typische Deltaschichtung. Wir befinden uns hier offenbar am Zungenende eines kleinen Juragletschers, dessen Moränenmaterial von den Gletscherbächen in einen vor dem sich zurückziehenden Rhônegletscher gebildeten Stausee abgelagert wurde. Zur Zeit des höchsten Standes des alpinen Gletschers drängte dieser den Juragletscher etwas zurück, wodurch sich das Vorkommen vereinzelter alpiner Erratica in der Juramoräne erklärt. In der unterhalb Gex gegen Genf zu sich erstreckenden Ebene fehlen ähnliche Moränengebilde durchaus. Die oberflächliche Decke des Molasseplateaus, die zwischen Gex und Pitegny in mehreren, zum Teil aufgelassenen Kiesgruben aufgeschlossen ist, zeigt eine ganz andere Zusammensetzung. Das Material ist zu ziemlich gleichen Teilen alpin und jurassisch (ca. 1 J : 1,5 A) und zumeist deutlich geschichtet; es sind fluvioglaciale Ablagerungen des Rhônegletschers, deren jurassische Beimengung sich leicht durch Verschleppung des Materials aus dem Gebirge durch die Bäche der Interglacialzeiten erklärt.[2])

---

[1]) Diese Bezeichnungsweise (A = alpin, J = jurassisch) entnehme ich Baltzers oben erwähnter Arbeit.

[2]) Vgl. Baltzer a. a. O. 382.

Ganz anders stehen die Verhältnisse nach der Darstellung Schardt's. Schardt nimmt an, dass der Journangletscher beim Rückzug des Rhônegletschers, des Seitendruckes entlastet, in die Ebene vorstiess und seine letzten Endmoränen 6—7 km von seinem Austritt aus dem Gebirge entfernt ablagerte. Versucht man, nach den von Schardt gezeichneten Endmoränen diesen Rekurrenzgletscher zu rekonstruieren, so erhält man einen Gletscher mit einem Nährgebiet von ca. 8 km², dem eine Zunge, also ein Zehrgebiet von ca. 23 km² gegenüber stünde, wobei die Firngrenze dieses Gletschers, auf die heutigen Niveauverhältnisse projiziert, in ca. 900 m Höhe, d. i. beim Austritt des Gletschers aus der Combe angenommen ist. Ein solches Verhältnis zwischen Zehr- und Nährgebiet ist auch unter Annahme einer mächtigen Eisanstauung äusserst unwahrscheinlich, ganz abgesehen von der Frage, ob während der Periode der Abschmelzung des alpinen Gletschers der vorher tributäre Juragletscher einen Vorstoss von 6 km Länge ausführen konnte. Diese Zweifel finden ihre Berechtigung in den thatsächlichen Beobachtungen. Die von Schardt bei den Dörfern Chevry, Murit, Ségny, Tutigny gezeichneten Endmoränenwälle des Rekurrenzgletschers sind teils unauffindbar, teils nur unbedeutende Bodenwellen der fluvioglazialen Terrassenlandschaft; das reichliche Vorkommen alpiner Geschiebe ist unvereinbar mit der Annahme jurassischer Grund- und Endmoränen. Zieht man die Grenze des Juragletschers dort, wo die scharfe Änderung in der Zusammensetzung des Moränenmaterials und das Auftreten der Deltaschichtung in demselben sie anzeigen, so erhält man einen Thalgletscher von bescheidenen Dimensionen, dessen Zehrgebiet von 8 km² ein Abschmelzungsgebiet von ca. 3 km² zur Verfügung hatte, ein Verhältnis, wie es sich bei zahlreichen rezenten Gletschern konstatieren lässt. — Mir erscheint demnach Schardt's Annahme eines rekurrenten Journangletschers als unhaltbar; das ebene Gelände südlich von Gex, das Schardt als Endmoränenlandschaft eines Juragletschers ansieht, gehört ebenso wie die Umgebung von Gimel, Aubonne und Lavigny dem alpinen Quartär an.

Ganz ähnliche Verhältnisse finden sich am Rande des Gebirges weiter gegen N. Das Anstehende des Gebirgsfusses ist überall von Jura-Moränen verhüllt; im ebenen Gelände hingegen herrscht das Fluvioglazial des Rhônegletschers. N-W. von Divonne verzeichnet Schardt's Karte mehrere Kiesgruben in den sog. Moränen der Rekurrenzgletscher. Das Material ist kiesig und sandig, durchaus

gerundet und geschichtet und grösstenteils alpin. Nach den Oberflächenformen scheint hier eine von der Divonne und ihren Nebenbächen modellierte Terrassenlandschaft des Rhônegletschers, aber keine jurassische Endmoränenlandschaft vorzuliegen. Nördlich des kleinen Weilers Fleutron treten zu beiden Seiten der am Gebirgsfuss entlang führenden Strasse mehrere elliptisch geformte Hügel auf; ihr Material hat durchaus Moränencharakter, ist zu etwa 80 % jurassisch und zeigt in dem am weitesten gegen die Ebene zu gelegenen Aufschluss Deltaschichtung mit Fallen der Schichtung nach SW. Im Juragehänge öffnet sich hier ein karförmiger Thalzirkus, offenbar das Einzugsgebiet eines Juragletschers; seine Endmoränen sind uns erhalten in den erwähnten Hügeln bei Fleutron, die Deltaschichtung erklärt sich ebenso wie bei Gex durch Stauseen zwischen dem sich zurückziehenden Rhônegletscher und dem Juragletscher. Nun wiederholen sich dieselben Erscheinungen am Rand des Gebirges bis gegen Gingins.

Der Jurakamm gewinnt gegen NE. an Höhe und erreicht in der Dôle (1681 m) seinen höchsten Punkt auf schweizerischem Boden. Ihr breiter Rücken überragt gegen SE. einen prächtigen, glazial ausgestalteten Thalkessel, durch kleine Dolinen und grabförmige Hügel, sichtlich Moränenwälle, gegliedert. Von hier floss die Hauptmasse des angesammelten Firnes über einen kleinen Rücken und durch das Thälchen des Châlet de Vuarne in das Thal von St. Cergues und zur Ebene hinab. Ca. 10 Minuten oberhalb Gingins an dem Wege gegen St. Cergues befindet sich eine auf Schardt's Karte verzeichnete Kiesgrube. Das Material ist rund, geschrammt, verworren geschichtet, mit Spuren von Deltaschichtung, J : A = 2 : 1; hier scheint das Ende des Dôle-Gletschers gelegen zu sein. Nach Schardt reichte dieser von St. Cergues herabsteigende Gletscher gelegentlich bis in die Nähe von Nyon und zog sich sodann bis auf die Linie Gingins, Trelex, Coinsins und Begnins zurück.[1]) Der Vorstoss bis Nyon, der eine ca. 8 km lange Gletscherzunge erfordert, steht weder in einem richtigen Verhältnis zur Grösse des Einzugsgebietes, noch lässt er sich durch entsprechende Beobachtungen beweisen. Vielmehr scheint eine Ausdehnung des Dôle-Gletschers bis in die Gegend von Gingins und Trelex bereits der Maximalstand des Gletschers gewesen zu sein, wie die immerhin beträchtliche Beimischung von alpinem Material in der Moräne von Gingins eine Folge kleiner Schwankungen des Rhône- und des Jura-Gletschers, beweist. Weiter gegen das Gebirge zu wird

[1]) Schardt a. a. O. Eclogae V, pag. 512.

das Moränematerial rein jurassisch. Eine Kiesgrube bei Côte 624 m (Dufour-Atlas) an der Einmündung der Strasse von Gingins in die von Trelex nach St. Cergues führende Hauptstrasse schliesst eine typische Juramoräne mit Stauchungen und Fältelungen auf. Im Ort St. Cergues sind anlässlich eines Hausbaues 2 Kiesgruben erschlossen, in denen jurassische Grundmoräne, ca. 3 m mächtig, ausgebeutet wird. Diese kleidet den ganzen Thalboden von St. Cergues aus, denn sie ist oberhalb des Ortes unmittelbar an der Strasse gegen Les Rousses abermals aufgeschlossen. Man findet allenthalben schön gekrizte Geschiebe in einem kalkigen Lehm eingebettet, ohne jede Beimischung alpinen Materiales. Verfolgt man die Strasse gegen Les Rousses weiter, so trifft man ca. 2,5 km von St. Cergues abermals eine grosse Kiesgrube; hier ist jurassische Grundmoräne, ca. 2 m mächtig, von 1 m mächtigen geschichteten Mergelsanden überlagert, letztere wahrscheinlich ein Auswaschungsprodukt der Grundmoräne. Die Gletscher der Dôle flossen also durch das Thälchen von Vuarne gegen den Col de St. Cergues und sperrten dem alpinen Gletscher den Weg über diesen Pass nach Westen. Die bisherige Annahme, dass ein Arm des Rhônegletschers den Col de St. Cergues überschritt,[1]) erscheint mir also auf Grund der oben angeführten, bisher unbekannten Aufschlüsse nicht berechtigt. Denn wenn auch, wie wahrscheinlich, diese Vorkommnisse der letzten Eiszeit angehören, bei welcher der Rhônegletscher den Jura überhaupt nicht überschritt, so muss doch auch zur Zeit der Maximalvereisung ein mindestens ebenso mächtiger Dôle-Gletscher schon vor der Ankunft des alpinen vorhanden gewesen sein und diesem den Zutritt gewehrt haben.

Die Festung Les Rousses liegt auf einer weiten, ca. 1150 m hohen, grösstenteils aus Kreideschichten aufgebauten Hochfläche, die gegen SW steil zum tiefeingeschnittenen Thal der Bienne abfällt und sich nach NO zu dem abflusslosen Thal der Orbe und des Lac de Joux zuspitzt. Sie war zur Eiszeit von einem Plateaugletscher bedeckt, der teils nach NW. ins Thal der Bienne, teils nach NE. abfloss. Seine Moränen fand ich unmittelbar vor Les Rousses am östlichen Fusse des Hügels, der das Fort le Sagy trägt. Auch unterhalb des-

[1]) Vgl. u. a. Vezian, les anciens glaciers du Jura (Annuaire du club alpin français III, 1876, pag. 499 u. 502; Falsan und Chantre Monographie géologique des anciens glaciers et du terrain erratique de la partie moyenne du bassin du Rhône Lyon 1879, 2. Bd., pag. 182. Auch Schardt's Karte verzeichnet längs der Linie St. Cergues und Les Rousses nirgends jurassisches Erraticum.

selben gegen W. zu scheinen mehrere Aufschlüsse auf Moräne zu deuten. Leider macht die Nähe des Forts und das strenge Verbot «de ne pas pénétrer sur le terrain militaire» dem Fremden eine nähere Untersuchung unmöglich.

Die breite, 28 km lange abflusslose Synklinale des Orbethales von Les Rousses bis Le Pont ist teilweise erfüllt vom Lac des Rousses und Lac de Joux, zwischen denen Torfmoore, Alluvialbildungen und Moränen den Thalboden bedecken. Wir haben es hier mit einem typischen Polje, einem bassin fermé der französischen Geologen, zu thun, dessen Entstehung wahrscheinlich mit der horizontalen Transversalverschiebung zusammenhängt, die den ganzen Jura am Nordende des Joux-Sees vorbei durchsetzt. In der Eiszeit war das ganze Becken von einem jurassischen Thalgletscher erfüllt, der aus dem erwähnten Plateaugletscher von Les Rousses abfloss. Seine Moränen finden sich u. a. $^1/_4$ Stunde südlich des Südendes des Lac des Rousses in mehreren aufgelassenen Kiesgruben aufgeschlossen (Schardt's Karte gibt hier nur anstehende Kreide an). Ferner bedecken sie die rechte Seite des Thalbodens zwischen dem Gehänge und der Orbe, von wo sie in der Litteratur öfter erwähnt werden (so z. B. Agassiz a. a. O. 282, Jaccard a. a. O. 143). Die Ebene zwischen Le Brassus und Le Sentier, südlich des Joux-Sees, ist von Moränenhügeln übersäet. Der Seeboden ist gegliedert durch 16 sublacustre Hügel, in denen wir wahrscheinlich Moränenhügel zu sehen haben.[1]) Ca. 4 km südlich von Le Brassus zieht ein Endmoränenwall quer durch das Thal, von dem ungefähr $^1/_3$ durch den Fluss wieder fortgenommen ist. Das Material ist lehmig mit ziemlich grossen gekritzten jurassischen Geschieben. Von Le Brassus bis L'Abbaye ist das rechte Seeufer bis ca. 60 m über dem heutigen Seespiegel von einer Kiesablagerung überdeckt, die als deutliche Terrasse entgegentritt. Ihr Material ist ein Schotter mit unregelmässiger Anordnung der Gerölle und Deltaschichtung gegen den See zu. Besonders mächtig ist diese halb moränenartige, halb fluvio-glaciale Bildung unmittelbar vor den ersten Häusern von L'Abbaye (von S. her) an der Brücke über den Bach Lyonne aufgeschlossen. Hinter dem Dorfe erheben sich einige typische, ca. 20 m hohe Moränenhügel. Schliesslich ist eine ganz analoge Bildung unmittelbar

[1]) So Schardt bei «Forel, Rapport sur une carte hydrographique des Lacs de Joux et de Brenets (Archives des sciences physiques et naturelles de Genève XXVII, 1892, pag 250)» während Forel (ebenda) sie für Wirkungen ubaëriler Erosion vor Ausfüllung des Beckens durch einen See hält.

hinter dem Bahnhof von Le Pont bei den «glacières» zu sehen. Der Gang der Ereignisse war hier offenbar der folgende. In dem Masse, als der Thalgletscher abschmolz, sammelten sich seine Schmelzwasser in dem abflusslosen und durch Verkleisterung mit Grundmoränen undurchlässig gewordenen Poje zu einem See an, und dieser erfüllte, nachdem der Gletscher ganz geschwunden war, das ganze Becken bis ca. 60 m über dem heutigen Seespiegel. Die vom rechten Gehänge herabkommenden Bäche lagerten die Ufermoräne um und erzeugten die Deltaschichtung. Die Kiesablagerung am rechten Gehänge ist also umgelagerte Moräne, vielleicht auch vermehrt durch die Moränen kleiner Seitengletscher. Mit sinkendem Wasserstande verfiel dann die ganze Wasseransammlung in die heutigen Seen, den Lac des Rousses und den Lac de Joux.

Die Synklinale des Val de Joux wird durch einen Jurakalkrücken von 80—90 m Höhe von der parallel streichenden Kreidesynklinale von Le Lieu getrennt. Jaccards Karte (Bl. XI des geolog. Atlas der Schweiz, 2. Auflage), verzeichnet hier unmittelbar westlich des Lac Ter einen kleinen Hügel, Crêt à Badeau, als Moräne; doch ist diese nirgends aufgeschlossen. Vielleicht stellt dieser Hügel wie noch viele ähnliche in der Umgebung Rundhöcker dar. Der Lac Ter ist ein kleines, kreisrundes Wasserbecken, das eher als Karstwanne wie als Moränensee zu deuten ist. Bei der geringen Höhe des trennenden Rückens zwischen dem Val de Joux und dem Thal von Le Lieu ist es sehr wohl möglich, dass der Gletscher des erstern auch das letztere erfüllte. Doch ist diese Frage bei dem Mangel jeglicher Moränenaufschlüsse nicht mit Sicherheit zu beantworten.

Während, wie wir sahen, die lokalen Gletscher des südlichen Jura den Fuss des Gebirges verliessen und ein wenig in die Ebene hinaustraten, ist dies im zentralen Jura nicht mehr der Fall. Denn der Rhônegletscher drang hier auch zur Zeit der letzten Vergletscherung in die Jurathäler ein und häufte in denselben mächtige Stirnmoränen an. Im Nozon-Thal von Vaulion entwickelte sich ein kleiner Juragletscher, dessen Moränen im Hintergrund des Thales mehrfach, z. B. bei dem Gehöft la Mache, sw. von Vaulion, aufgeschlossen sind. Dieser Gletscher reichte thalabwärts bis ca. 2 km unterhalb Vaulion, wo er mit dem Rhônegletscher zusammenstiess. Eine verlassene Kiesgrube unterhalb des Gehöftes les Jorats in 940 m Höhe enthält schon recht starke alpine Beimischung, das Material zeigt Deltaschichtung gegen die Ebene, hat aber sonst durchaus Moränen-

charakter. Wir haben es also hier wieder mit einer Stauungserscheinung am Ende des kleinen Juragletschers gegen den abschmelzenden Rand des Rhônegletschers zu thun.

Durch das untere Orbethal drang ein Arm des alpinen Eises zur Zeit der Maximalvereisung über den Col de Jougne (1050 m) bis über Pontarlier hinaus vor,[1]) aber der Thalkessel von Vallorbes war von einem selbständigen Juragletscher erfüllt, der dem Rhônegletscher den Zugang versperrte. Auch das oberste Doubsthal bis Hôpitaux neufs ist von rein jurassischen Moränen in grosser Mächtigkeit eingenommen. Das Vorkommen der erratischen Bildungen in dieser ganzen Gegend hängt mit der von Rollier[2]) aufgeworfenen Frage nach einem alten Doubs-Lauf von Hôpitaux über den Col de Jougne nach dem untern Orbethal zusammen. Zeitmangel verhinderte mich, das Studium dieser Verhältnisse zu Ende zu führen. Auch die Untersuchung der erratischen Phänomene im Berner Jura, namentlich im Val St. Imier, musste einem späteren Zeitpunkt vorbehalten bleiben. Immerhin glaube ich aus dem Vorstehenden schon jetzt folgende Schlüsse ableiten zu können:

1. Die von Schardt angenommene Rekurrenzphase der Juragletscher lässt sich für die Umgebung von Gex und Gingins ebensowenig als für die von Aubonne und Gimel nachweisen. Die von Baltzer gegen diese Annahme angeführten Gründe, nämlich die total verschiedene Zusammensetzung des Moränenmateriales am Gebirgsfuss und in einiger Entfernung von demselben, das Fehlen von Endmoränen in der Ebene, sowie theoretische Erwägungen gelten ebenso für das hier besprochene Gebiet. Die Gletscher des südlichen Jura reichten nur wenig über den Fuss des Gebirges hinaus; ihre Moränen stossen mit Deltaschichtung an die fluvio-glacialen Bildungen des Rhônegletschers.
2. Der Col de St. Cergues wurde vom alpinen Eise niemals überschritten, da er durch lokale Gletschermassen gesperrt war.
3. Die Höhe der diluvialen Schneegrenze im südlichen und zentralen Jura ist eine ausserordentlich tiefe. Gebiete mit Gipfeln um 1600 m (z. B. die Umgebung des Grand Colombier, der Dôle und des Noirmont) erzeugten auch in der letzten

---

[1]) Vgl. Bénoit, Sur une expansion des glaciers alpins dans le Jura central (Bull. soc. géol. France 3. série, V, 1876/77, pag. 61 ff.).

[2]) Rollier, II. Supplément à la description géologique de la carte géologique feuille VII. (Beiträge zur geolog. Karte der Schweiz, Neue Folge, 8. Lief. 1897.)

Eiszeit recht beträchtliche Gletscher. Aber auch das obere Doubsthal, dessen Umrahmung selten 1300 m übersteigt, war von selbständigen Eismassen erfüllt. Daraus resultiert für das genannte Gebiet eine diluviale Schneegrenze von 1000—1100 m.

Wien, im Dezember 1900.

Friedrich Antenen.

Die Vereisungen der Emmenthäler.

I. Das Erratikum des obern Emmenthales.

Um einen deutlichen Überblick über die Verbreitung der erratischen Blöcke im Gebiet des obern Emmenthales zu gewinnen, ist es angezeigt, dieses Material zum vornherein nach seiner Herkunft zu gruppieren. Eine solche Sonderung führt uns auf vier verschiedene Gruppen. Wir können unterscheiden:

1. Rhonegletscherblöcke,
2. Aargletschererratikum,
3. lokales Erratikum,
4. Habkerngranite.

Die Habkerngranite, auch rote Granite oder Exoten genannt, sind im obern Emmenthal das allgemein verbreitete Erratikum.[1]) Vorerst finden wir sie auffallend reichlich im Bett der Emme und in den Seitengraben zwischen Hohgant und Brienzergrat ausgestreut. Ich zählte von der Säge hinter Kemmeribad bis zur Einmündung des Tiefengrabens, also auf einer Strecke von 4 km, über 220 grosse Blöcke von 1 bis mehr denn 10 m^3 Inhalt. Die meisten derselben sind abgerundet, oft charakteristisch linsen- oder kuppelförmig. Weniger häufig sind hier die eckigen Exemplare. Die Ausstreuung beschränkt sich aber nicht nur auf das Flussbett. Wir finden rote Granite auch den Gehängen nach verbreitet. Diese sind meist eingesunken und stark verwittert.

Unterhalb Kemmeribad wird ihr Vorkommen seltener. Hin und wieder können wir im Flussbett noch kleinere, stark gewaschene Stücke

---

[1]) *Mitteilungen* über die Verbreitung dieser interessanten Blöcke verdanken wir:

a. Studer: Mit. d. bern. nat. Ges. 1866. Die exot. roten Granite und Geolog. aus dem Emmenthal, und Studer, Index der Petro- und Stratigraphie der Schweiz.

b. Fankhauser: Mit. d. bern. nat. Gesellsch. 1882.

c. Kaufmann: Beiträge zur geolog. Karte der Schweiz. Emmen- und Schlierengegend.

beobachten. Dagegen finden wir grössere Blöcke am Thalgehänge ausgestreut. Solche beobachtete ich bei Untermastweid, am Sattel, bei Vorder-Lindenbodenalp, auf Naters, auf dem Breitmoos und im Rothengraben. Seltener sind die Exoten in der Umgebung von Röthenbach. Ich verzeichnete zwei solche im Fischgraben und einen im Trachselbach. Dagegen finden wir wieder einige dieser Blöcke in der Umgebung von Martisegg, im Finstergraben und in der Nähe von Signau.

Diesen vereinzelt auftretenden Blöcken müssen wir die längstbekannten Blockgruppen im Wald- und Rambach, im Flüebach und im Krümpel gegenüberstellen. Die höchstgelegenen Exoten finden wir aber auf Hinter-Rämisgummen und auf Blapbachalp. Als nördlichst gelegenen Block müssen wir den bei der Entfernung der Kramlaube in Langnau gehobenen bezeichnen. Im Gebiet des Napfes konnte ich keine Habkerngranite auffinden.

Aus vorstehenden Angaben erkennen wir deutlich, dass die roten Granite über das ganze obere Emmenthal und in allen Höhenlagen ausgestreut sind, was wir von keiner anderen durch Gletscher verfrachteten Gesteinsart aussagen könnten.

Die Rhoneblöcke, die durch Euphotide, Valorsine, Arkesine und Gabbros vertreten sind, sind nicht nur eine viel seltenere Erscheinung, sondern beschränken sich in ihrer Verbreitung auch auf ein viel kleineres Gebiet. Schon lange bekannt ist der Smaragditgabbro in einem Einschnitt östlich von Eggiwil. Im Fischgraben bei Röthenbach beobachtete ich einen kleinen roten Walliserquarzit, im Finstergraben je einen Arkesine- und einen Valorsineblock und endlich Valorsinegeschiebe an verschiedenen Stellen in dem Gebiete zwischen Martisegg und Signau. Schöne Valorsineblöcke enthält die Blockgruppe in Langnau, und ein weiteres Exemplar dieser Gesteinsart liegt an der Strasse zwischen Trub und Trubschachen.

Aus diesen Beobachtungen ersehen wir, dass sich das Vorkommen der Rhoneblöcke auf den nördlichen Teil unseres Gebietes beschränkt.

Umfangreicher ist die Verbreitung des Aargletschererratikums. Dieses fehlt nur im obern Teile des Hauptthales. Die südlichsten Aargletscherblöcke beobachtete ich auf dem Breitmoos und im Sorbachgraben, die südöstlichsten auf dem Steinboden in Form grosser Gneisse und Granite. Ungemein reich an Aargletschererratikum sind das Röthenbachthal, das Hauptthal unterhalb Eggiwil und die Umgebung von Martisegg. Unter dem lokalen Erratikum dominiert der

Hohgantsandstein. Er beherrscht das Hauptthal bis zu den Endmoränen auf dem Breitmoos. Besonders reichlich ist er auf der linken Thalseite ausgestreut. Viel seltener beobachten wir ihn auf der Ostseite der Emme. Er ist jene charakteristisch aschgraue bis weisse Gesteinsart, die der Volksmund des Emmenthales als Zuckerstein bezeichnet. Nördlich von Eggiwil tritt der Hohgantsandstein gemeinschaftlich mit dem Aargletschererratikum auf.

Gestützt auf diese Beobachtungen können wir das Erratikum des obern Emmenthales nach seiner horizontalen Verbreitung folgendermassen umschreiben:

1. Die Habkerngranite sind über das ganze Gebiet ausgestreut.
2. Die Rhoneblöcke reichen südwärts bis zu der Linie Röthenbach-Eggiwil-Trubschachen-Napf.
3. Das Aargletschererratikum verbreitet sich südwärts bis zu der Linie Waldbach-Hinterrämisgummen-Trubschachen.
4. Das lokale Erratikum ist im ganzen Hauptthal verbreitet.

Diese horizontale Verbreitung entspricht, wie wir aus den nachstehenden Abschnitten ersehen werden, der horizontalen Entwicklung der verschiedenen Gletscher, die sich an der Vereisung der Emmenthäler beteiligten.

II. Die Eiszeiten in den Emmenthälern.

1. Historisches über die Grenzen des Rhonegletschers im Emmenthal.

Die Favre'sche Gletscherkarte, Ausgabe 1884, Blatt I, verzeichnet Aar- und Rhonegletscher in ihrer maximalen Entwicklung. In Form einer kolossalen Eiszunge schiebt sich ersterer, seine SO-NW-Richtung unverändert beibehaltend, in die Domäne seines Nachbarn. Der unterste Abschnitt des Aargletschers, das Stück Bern-Thun, wird im Westen, Norden und Osten vom Rhonegletscher eingeschlossen, d. h. von diesem in genanntem Sinne umflossen. Auf der Westseite berühren sich die beiden Gletscher längs der Linie Gurnigelbad-Gurten. Es ist jene Linie, die Bachmann anlässlich der Entdeckung der Riesentöpfe am Längenberg und der bei dieser Gelegenheit daselbst gemachten Beobachtung von Rhoneblöcken und Rhoneschutt im Jahre 1874 als Grenzlinie der beiden Gletscher feststellte, und woran er noch 1877 in seiner Mitteilung über den erhaltenen Riesentopf vom Längenberg

festhält [1]). Auf der Ostseite fällt nach der Favre'schen Karte die Grenze zwischen Aar- und Rhonegletscher annähernd mit der heute Aare und Emme trennenden Wasserscheide zusammen. Indess verbreitet sich der Rhonegletscher, zwischen Aar- und Reussgletscher eingekeilt, bis in das Quellgebiet der Emme, sogar die eocäne Mulde zwischen Brienzergrat und Hohgant beherrschend.

Diese Begrenzungsverhältnisse entsprechen der ersten Bachmann'schen Auffassung. Von der Unhaltbarkeit derselben selbst überzeugt, verlegte dieser in einer spätern Mitteilung die Grenze des Rhonegletschers, dessen grösster Ausdehnung entsprechend, vom Gurnigel über den Nordabhang des Kurzenberges nach Eggiwil, Sumiswald, Wasen, Huttwil, gleichzeitig jedoch an der synchronen Entwicklung beider Gletscher und an einer Ueberschiebung des Aaregletschers durch den Rhonegletscher festhaltend [2]). Von dieser den thatsächlichen Verhältnissen besser entsprechenden Grenzverlegung wurde bei der Herausgabe der letzten Auflage der Favre'schen Karte keine Notiz genommen. Doch wenn dies auch geschehen wäre, so bedürfte die Karte heute gleichwohl der Korrektur, da die Bachmann'schen Anschauungen dem heutigen Stande der Glacialforschung nicht mehr genügen, wie dies bereits Baltzer in seiner Arbeit über den diluvialen Aargletscher feststellte [3]).

Gestützt auf seine Beobachtungen unterscheidet Baltzer, im Gegensatz zur Favre'schen Karte, zwei zeitlich verschiedene Vergletscherungen, eine zweite Eiszeit, den höchsten Stand des Rhonegletschers und eine dritte jüngere, die grösste Ausdehnung des diluvialen Aaregletschers kennzeichnende. Gleichzeitig verlegt er die Grenze der grossen Rhonevereisung vom Gurnigel über die hohe Hohnegg nach dem Napf, sie als Gurnigel-Napf-Linie bezeichnend.

Die Unterscheidung zweier zeitlich getrennter Eiszeiten in dem Thalabschnitt Bern-Thun ist für die Erforschung der glacialen Ver-

---

[1]) Bachmann. Mitteilg. d. bern. nat. Gesellsch. 1874. Die neu entdeckten Riesentöpfe am Längenberg. Heft 1, pag. 5. — Bachmann. Mitteilg. der bern. nat. Gesellsch. 1877. Der erhaltene Riesentopf am Längenberg. Heft 3, pag. 17.

[2]) Bachmann. Mitteilg. der bern. nat. Gesellsch. 1882. Ueber die Grenzen des Rhonegl. im Emmenth. Heft 2.

[3]) Baltzer. Mitteilg. der bern. nat. Gesellsch. 1894. Der diluviale Aargletscher. pag. 125.

hältnisse der dem Aarethal benachbarten Emmenthäler von grösster Wichtigkeit.

Wir müssen auch für dieses Gebiet vor allem aus die Frage zu entscheiden suchen, ob die glacialen Schotter und die erratischen Blöcke, die teils vom Aar-, teils vom Rhonegletscher verfrachtet worden sind, in den Emmenthälern gleichzeitig oder zu verschiedenen Zeiten abgelagert wurden.

2. Welche Erscheinungen sprechen für zwei verschiedene Vereisungen der Emmenthäler?

Trotz vielen Suchens ist es mir allerdings nicht gelungen, durch Auffinden interglacialer Bildungen im Gebiet der Emmenthäler den direkten Nachweis verschiedener Eiszeiten zu erbringen.

Vergegenwärtigen wir uns aber die orographischen Verhältnisse dieses Geländes, denen zufolge schon die glacialen Ablagerungen verhältnismässig spärlich vorhanden sind, so können wir uns das Fehlen interglacialer Bildungen, die überdies in einer Zeit allgemeiner Erosion entstanden sein müssten, leicht erklären. Das stark koupierte Terrain, der Mangel an Plateaux, das starke Gefälle der Wasseradern sind alles Faktoren, die schon während einer Interglacialzeit die Erosion in wirksamster Weise unterstützen mussten. Wir können aber auf anderem Wege die Annahme mehrerer Vereisungen wahrscheinlich machen.

Für eine solche spricht schon eine Vergleichung des Emmenthales mit dem Thalabschnitt Bern-Thun und dessen Glacialerscheinungen. Das Thal der Emme wird durch eine verhältnismässig niedrige Wasserscheide vom Aarethal getrennt. Sowohl der Aar- als der Rhonegletscher, deren Niveauverhältnisse zur Zeit ihrer bedeutendsten Entwicklung durch Beobachtungen bekannt sind, vermochte dieselbe zu überfliessen. Es mussten sich daher in demjenigen Gebiet der Emmenthäler, das nicht von einer lokalen Emmenvereisung bedeckt war, die Vereisungsverhältnisse in zeitlicher Beziehung analog denjenigen des Aarethales zwischen Thun und Bern gestalten, wie sie Baltzer in seiner Arbeit über den diluvialen Aargletscher festgestellt hat. Ein gewisser Abschnitt im Thal der grossen Emme musste zur zweiten Eiszeit zum Bereiche des Rhonegletschers und zur dritten zu demjenigen des Aargletschers gehört haben. Ein Eindringen des Reussgletschers, der das Thal der kleinen Emme beherrschte, darf als ausgeschlossen betrachtet werden, da für seine Anwesenheit kein

Erratikum spricht, während Rhone- und Aargletscher ihr einstiges Eindringen in genanntes Gebiet durch zahlreiche Blöcke unanfechtbar dokumentieren.

Für eine mehrmalige Vereisung scheinen mir noch weitere Thatsachen zu sprechen. Es ist bemerkenswert, wie sich die erratischen Blöcke in den sog. Graben zu grösseren Gruppen angesammelt haben. Wer eine Anzahl solcher Graben nach Erratikum untersucht, der wird die Beobachtung machen, dass die Findlinge, in grösserer Zahl versammelt, also abgesehen von einigen vereinzelt auftretenden Gneissen und Graniten, nur bis zu einer gewissen Höhe zu finden sind. So beobachtete ich die höchstgelegenen Blöcke im:

Rambach	bei	990	m
Waldbach	»	1010	»
Flüebachgraben	»	950	»
Trachselbach	»	940	»
Kalkbach	»	980	»
Fambach	»	950	»
Finstergraben	»	950	»

Diesen Angaben können wir noch folgende Beobachtungen beifügen:

Höhe der Terrasse im Kalkgraben 960 m.

Höhe der kurzen Endmoränen bei Moosegg 880 m.

Höhe einer Anzahl hübscher Rundhöcker bei Schindellegi am Südabhang des Kurzenberges, westlich von Röthenbach 900—950 m.

Eine Vergleichung dieser Zahlen lässt eine auffallende Uebereinstimmung erkennen. Die vertikale Verbreitung des Erratikums und die Höhenlage der Terrasse, der Endmoränen und der Rundhöcker sprechen für ein und dasselbe Gletscherniveau, für das wir eine minimale Höhe von rund 1000 m festsetzen dürfen.

Wir werden in dieser Annahme bestärkt, wenn wir das dichtgedrängte Erratikum in den oben erwähnten Graben nach seiner mineralogischen Beschaffenheit prüfen und vergleichen. Abgesehen von den überall verbreiteten roten Habkerngraniten setzt sich dasselbe aus grauen Gneissen und Graniten, aus auffallend zahlreichen schwarzen Alpenkalken und aus vielen eocänen Sandsteinblöcken zusammen. Eine ähnliche Zusammensetzung lassen die am Fambach hübsch aufgeschlossene Grundmoräne und die Terrasse am Kalkgraben erkennen. Während also die vertikale Verbreitung der erwähnten Ablagerungen

auf ein einheitliches Gletscherniveau schliessen lässt, sprechen die mineralogischen Verhältnisse für ein und denselben verfrachtenden Gletscher und zwar für den Aargletscher.

Wenn wir endlich das aus obigen Beobachtungen abgeleitete Niveau des Aargletschers im Emmenthal mit dem sich aus der vertikalen Verbreitung der glacialen Ablagerungen desselben Gletschers ergebenden Niveau im benachbarten Aarethal vergleichen, so erkennen wir eine hübsche Uebereinstimmung; denn nach Baltzer reichen die Bergmoränen und Schutte des diluvialen Aargletschers am Längenberg ebenfalls bis 1000 m [1]).

Es muss daher zur dritten Eiszeit, als der Aargletscher seine Bergmoränen am Längenberg absetzte, von ihm auch ein Teil des Emmenthales beherrscht worden sein.

Wie gestalten sich nun die Verhältnisse über 1000 m?

Ausser den bei erwähnten Angaben berücksichtigten Blöcken können wir im Gebiet der Emmenthäler auch Findlinge beobachten, die sich von den erstern in manchen Beziehungen unterscheiden. Vorerst überschreiten sie in auffälliger Weise die Kurve von 1000 m. Ferner treten sie nicht in dieser reichlichen Vergesellschaftung auf, wie wir dies für das Erratikum unter 1000 m beobachten können. Ihr Vorkommen ist vereinzelt, seltener. Endlich sind viele unter ihnen stark verwittert und tief in ihre Unterlage eingesunken. Ich beobachtete einen dieser Blöcke, einen Habkerngranit, auf Hinter-Natersalp bei Gehöft Schwendi, im obersten Einschnitt des Flüebachgrabens bei 1100 m. Ebendaselbst fand ich einen kopfgrossen Glimmerquarzit bei 1170 m und einen etwas grössern Habkerngranit bei 1180 m. Höhergelegene Blöcke finden wir endlich östlich der Emme auf dem mittleren und hintern Steinboden bei 1050, 1090, 1130 m. Die Blöcke bei 1050 und 1130 m sind grosse plattenartige Gneisse. Der Block bei 1090 m ist ein grauer Granit von auffallend regelmässiger Kugelgestalt mit 1 m Durchmesser. Er wurde vom Besitzer des Gehöftes der Erde enthoben, worin er vollständig eingesunken war. Aehnliche Blöcke befinden sich bei Blapbach, einer nördlich vom Steinboden gelegenen Lokalität. Noch höher, bis Hinter-Rämisgummen steigend, fand ich bei 1280 m zwei kleinere Habkerngranite und einen kopfgrossen grauen Granit, alle in einer trockenen,

[1]) Baltzer, Der diluviale Aargletscher, pag. 40.

lehmig-sandigen Unterlage eingesunken und in stark verwittertem Zustande, so dass sie beim ersten Hammerschlag in Grus zerfielen. Eine bemerkenswerte Erscheinung ist ferner das Fehlen der Grundmoräne, der Alpenkalke und der eocänen Sandsteine in dem über 1000 m gelegenen Gelände, abgesehen von den durch die Lokalvereisung verfrachteten Hohgantsandsteinen und Alpenkalken.

Es giebt somit im Gebiet des Emmenthales glaciale Ablagerungen, die das zu 1000 m festgesetzte Niveau des diluvialen Aargletschers um beinahe 300 m übersteigen. Diese können infolge ihrer Höhenlage nicht von letzterem verfrachtet worden sein. Ihr Niveau entspricht vielmehr demjenigen des Rhonegletschers zur zweiten Eiszeit, das, wie nachgewiesen, zwischen Gurnigel und Chasseral die Höhe von 1300 m erreichte. Indem wir aber die Verfrachtung dieser Blöcke in die zweite Eiszeit verlegen, sprechen wir ihnen ein höheres Alter zu. Dies steht jedoch in bestem Einklang mit dem stark verwitterten Zustand derselben, mit dem Fehlen der Grundmoräne und des Glacialschuttes.

Gestützt auf die erwähnten Beobachtungen können wir die glacialen Ablagerungen im Thal der grossen Emme zwei zeitlich verschiedenen Vereisungen zuschreiben. Die über 1000 m gelegenen sind als Erscheinungen der zweiten ältern Eiszeit, die durch den höchsten Stand des Rhonegletschers charakterisiert wird, zu betrachten, die unter 1000 m gelegenen hauptsächlich als solche der dritten jüngern Eiszeit, der Zeit des diluvialen Aargletschers.

3. Die zweite Eiszeit in den Emmenthälern.

Als Grenze des grossen Rhonegletschers im Emmenthal bezeichnet Baltzer, wie schon erwähnt, die Gurnigel-Napf-Linie. Nach meinen Beobachtungen scheint diese Linie den thatsächlichen Verhältnissen sehr nahe gerückt zu sein. Der Gletscher ist in seiner Bewegung an die orographischen Verhältnisse des Geländes gebunden. Das Niveau des Rhonegletschers wird zwischen Gurnigel und Chasseral auf 1300 m geschätzt. Es muss daher die Hohe-Honegg, deren Kamm zwischen den Signalpunkten Knübeli und Bürkelihubel nirgends unter 1400 m sinkt, für die südliche Ausbreitung des Rhonegletschers begrenzend dagestanden sein. Das südlich der genannten Erhebung gelegene Thal der Zulg weist zwar glaciale Schotter, Gneisse und Granite auf. Allein letztere erreichen in ihrer vertikalen Verbreitung

das Niveau der Wasserscheide zwischen Emme und Zulg nicht, und erstere sind lokaler Natur. Dagegen wurde die Wasserscheide zwischen Röthenbach und Emme, in 1215 m kulminierend, vom Rhonegletscher überflossen, wofür uns das auf den Naters beobachtete Erratikum bürgt. Von hier aus kann aber die weitere Begrenzung des Gletschers nicht mehr durch die Orographie des Geländes bedingt worden sein, sobald wir von einer Ausdehnung desselben bis zur Schrattenfluh absehen, da die Wasserscheide zwischen Emme und Ilfis mit Ausnahme einiger Kulminationspunkte, wie Wachtelhubel 1418 m, Ob Fluh 1409 m, Günhorn 1373 m, Punkt 1316 ob Schreiberschwand, das Niveau von 1300 m nicht erreicht.

Doch nicht nur die orographischen Verhältnisse, sondern auch Grundmoräne und glaciale Schotter bieten in dem Terrainabschnitt zwischen dem Ostende der Hohen-Honegg und dem Napf keine sichern Anhaltspunkte zur Lösung der Grenzfrage.

Wir haben auf das spärliche Vorkommen bis gänzliche Fehlen dieser Bildungen in den Höhenlagen über 1000 m bereits hingewiesen. Die letzten sichern Zeugen jener ältern Eiszeit sind uns in Form der schon erwähnten Blöcke auf Naters, Steinboden und Rämisgummen geblieben. Sie sind unsere südöstlichsten Challons, die uns für die einstige Anwesenheit des Rhonegletschers bürgen.

Nach ihrer mineralogischen Beschaffenheit repräsentieren aber die genannten Blöcke absolut kein charakteristisches Rhoneerratikum. Wir vermissen Euphotide, Valorsine und Gabbros vollständig. Die charakteristischen Rhoneblöcke treten erst nördlich der Linie Röthenbach-Eggiwil-Napf auf. (Vide Abschnitt I.) Der Smaragtidgabbro [1]) bei Eggiwil, und der Valorsineblock unterhalb Trub sind in unserem Gebiete noch immer die am weitesten nach Süden und Osten vorgeschobenen bekannten Rhonefindlinge. Ausser einer Anzahl Habkerngraniten finden wir südlich der genannten Linie in den Lagen über 1000 m nur graue Gneisse und Granite, die aus der Urgesteinszone der Berneralpen stammen und daher für eine Verfrachtung durch den Aargletscher sprechen. Diese Thatsache scheint nun auf den ersten Blick unsere Beweisführung für die Verbreitung des Rhonegletschers südlich der Linie Röthenbach-Eggiwil-Napf zu widerlegen. Allein wie sich nach der Vereinigung zweier recenter Gletscher das Oberflächen-

[1]) *Mitteilungen* d. nat. Ges. in Bern 1882, 2. Heft, pag. 6, Fankhauser.

material nicht ohne weiteres mischt, vielmehr noch auf bedeutende Strecken gesondert bleibt, so müssen sich auch Aar- und Rhoneblöcke nach der Vereinigung der sie transportierenden Eisströme verhalten haben.

Der Aargletscher der zweiten Eiszeit ist als Nebengletscher des Rhonegletschers zu betrachten. Nach Baltzer [1]) erfolgte der Anschluss des erstern in der Gegend von Thun, von wo an, gestützt auf oben erwähnte Verfrachtungserscheinung, der Aargletscher und dessen Oberflächenmaterial die rechte Flanke des Rhonegletschers bis in das Gebiet des Emmenthales beherrscht haben müssen, eine Annahme, die, abgesehen von den mechanischen Gesetzen, auf der sie beruht, zugleich auch durch die nachgewiesene mächtige Entwicklung des Aargletschers zur zweiten Eiszeit gestützt wird. Hieraus ergiebt sich aber die Berechtigung, die Verbreitung des Rhonegletschers im Emmenthal an Hand von Aarblöcken nachzuweisen. Zugleich wird uns auch das Fehlen ausgesprochener Rhoneblöcke südlich der Linie Röthenbach-Eggiwil-Napf begreiflich.

Unter den erratischen Blöcken, auf die sich unser Nachweis für die Ausbreitung des Rhonegletschers stützt, finden wir eine grössere Anzahl von Habkerngraniten. Diese Findlinge sind im Emmenthal allgemein verbreitet. (Vide Abschn. I.) Während sie ihrer vertikalen Verbreitung nach sowohl durch den grossen Rhonegletscher, als durch den Aargletscher der dritten Eiszeit verfrachtet worden sein können, schliesst ihre horizontale Ausstreuung für das oberste Emmenthal eine Verfrachtung durch den Lokalgletscher nicht aus. Die Möglichkeit einer solchen ergiebt sich aus der reichlichen Verbreitung dieser Blöcke im Quellgebiet der Emme und die Wahrscheinlichkeit aus ihrem Vorkommen in und auf der lokalen Seitenmoräne, wie man dies im Aufschluss am Knubelhüttengraben beobachten kann. Bedenken wir ferner, dass im Hauptthal vom Kemmeribad bis Breitmoos neben diesen roten Graniten graue Gneisse und Granite, die für die Anwesenheit anderer Gletscher zeugten, nicht vorkommen, so dürfen wir mit grosser Berechtigung die Verfrachtung der Habkerngranite in dem genannten Thalabschnitte einer Lokalvergletscherung zuschreiben. Die Frage, wann und durch welchen Gletscher die höher gelegenen

[1]) Baltzer. Mitteil. der nat. Ges. in Bern 1896. Der dil. Aargletscher, pag. 125.

exotischen Blöcke auf Naters und bei Rämisgummen verfrachtet wurden, ist durch die früheren Erwägungen bereits beantwortet worden. Wir haben ihre Ausstreuung dem Aargletscher der zweiten Eiszeit resp. dem grossen Rhonegletscher zugeschrieben. Auch hier ist die Möglichkeit einer solchen gegeben, da genannte Blöcke in der Umgebung von Habkern und Sigriswil reichlich vorkommen, wie aus den Arbeiten von Studer [1]), Rütimeyer und Kaufmann [2]) ersichtlich ist. Gegen eine allfällige Verfrachtung dieser hochgelegenen Blöcke auf Naters und bei Rämisgummen durch den Lokalgletscher spricht das Fehlen der Hohgantsandsteine. Diese Blöcke müssen zur zweiten Eiszeit verfrachtet worden sein.

Dagegen liegen die im Waldbach, Flüebach und Krümpelgraben vorkommenden exotischen Blöcke teilweise unter 1000 m. Sie können deshalb sowohl während der zweiten, als zur dritten Eiszeit verfrachtet worden sein. Da nun im obern Krümpel einzelne Habkerngranite eine Höhenlage von 1150 m erreichen, also das Niveau des diluvialen Aargletschers übersteigen, so dürfte überhaupt die ganze dortige Blockgruppe während der zweiten Eiszeit verfrachtet worden sein. Zu einem analogen Schlusse berechtigt der im Flüebach bei 1100 m vorkommende Block.

Indem wir aber, gestützt auf die erwähnten Verhältnisse, die Ausstreuung der Habkerngranite zum Teil in die zweite Eiszeit verlegen dürfen, finden wir in den Beobachtungen von Studer, Fankhauser und Kaufmann wichtige Anhaltspunkte für die Lösung der Grenzfrage des Rhonegletschers im Emmenthal. Bereits Studer bezeichnet das Fehlen der roten Granite in dem östlich vom Krümpel gelegenen Steinbach als eine bemerkenswerte Erscheinung [3]). Fankhauser dagegen beobachtete die Habkerngranite im westlich vom Krümpel gelegenen Orthbach und im Aspigraben, während Kaufmann in seinen Beiträgen zur geolog. Karte der Schweiz im Gebiete östlich vom Krümpel keine Exoten mehr verzeichnet. Habkerngranite und besonders Aarblöcke verschwinden auf der Ostseite der Wasserscheide zwischen Emme und Ilfis. Es liegt daher nahe, letztere als Rhonegletschergrenze zu bezeichnen. Damit hätten uns vorliegende Untersuchungen auf die von

[1]) Studer. Geologie der Schweiz, pag. 130.

[2]) Kaufmann. Beiträge zur geolog. Karte der Schweiz. Emmen- und Schlierengegenden, pag. 180.

[3]) Studer. Mit. d. bern. nat. Ges. Geolog. aus dem Emmenthal. 1865.

Baltzer festgesetzte Gurnigel-Napf-Linie geführt. Allein zuvor müssen wir noch einen Blick auf die glacialen Ablagerungen im Ilfisthal und in der Mulde hinter Schangnau werfen. Dem Fehlen der Habkerngranite und anderer Urgesteine daselbst können wir glaciale Schotter von ganz lokalem Gepräge gegenüberstellen. Solche finden wir, wenn auch nicht reichlich, zwischen Schangnau und Marbach, wo sie vor wirksamer Erosion geschützt blieben, während sie von Marbach an der transportkräftigen Ilfis zum Opfer gefallen sind. Diese Erscheinung lässt auf eine einstige Lokalvergletscherung schliessen. Das Sammelgebiet derselben müssen wir aber im Quellgebiet der grossen Emme suchen, da dasjenige der Ilfis einer solchen Vereisung nicht genügen konnte. Nun können allerdings diese lokalen Glacialschotter jüngern Datums sein, d. h. synchron den Glacialbildungen des diluvialen Aargletschers. Dafür spricht eine mächtige Lokalvergletscherung im Thal der grossen Emme zur dritten Eiszeit, worauf wir im folgenden Abschnitt näher eintreten. Allein eine um so intensivere Lokalvereisung dürfen wir für die zweite Eiszeit voraussetzen. Diese muss sich in der Gegend von Schangnau, ähnlich wie der Aargletscher bei Thun, dem Rhonegletscher angeschlossen, und von hier aus dessen rechte Flanke und damit das Thal der Ilfis beherrscht haben, wodurch uns das Fehlen der Urgesteine östlich der Wasserscheide zwischen grosser Emme und Ilfis verständlich wird.

Aus den für das Eindringen des grossen Rhonegletschers in das Gebiet der Emmenthäler sprechenden Beobachtungen erkennen wir folgendes:

1. Das charakteristische Rhoneerratikum verbreitet sich bis zu der Linie Röthenbach-Eggiwil-Napf. (Vide Abschn. I.)

2. Der Aaregletscher beherrschte die rechte Flanke des Rhonegletschers und verfrachtete Habkerngranite, graue Granite und Gneisse bis zu der Wasserscheide zwischen grosser Emme und Ilfis.

3. Der Rhonegletscher drang nie in das Quellgebiet der grossen Emme vor, wie dies die Gletscherkarte von Favre veranschaulicht. Es muss sich ihm vielmehr bei Schangnau ein Lokalgletscher als Zufluss angeschlossen haben, dessen Eismassen vom Hauptgletscher ins Thal der Ilfis gedrängt wurden.

4. Das Ilfisthal kann noch als Domäne des grossen Rhonegletschers betrachtet werden, und die Rhonegletschergrenze ist vom Gurnigel über die Hohe-Honegg nach Schangnau-Marbach und Wiggen zu ziehen.

4. Die dritte Eiszeit in den Emmenthälern.

A. Glaciale Erscheinungen im Röthenbachthal.

Als der diluviale Aargletscher seine Eiszunge nordwärts über Bern vorschob, verbreitete er sich gleichzeitig ostwärts bis ins Gebiet des Emmenthales. Eine Seitenströmung muss besonders der Einsenkung über Schwarzenegg und dem Röthenbachthal gefolgt sein, um bei Eggiwil ins Thal der grossen Emme einzutreten. Der diluviale Aargletscher hat in diesem Gebiet deutliche Spuren hinterlassen, sowohl in Form erratischer Blöcke, als in Form von Grundmoränen und fluvioglacialen Terrassen. Den Charakter des Erratikums erkennen wir aus nachstehender Zusammenstellung, die sich auf die Zählung der Blöcke in verschiedenen Graben stützt.

	Graue Granite	Graue Gneisse	Schwarze Alpenk.	Helle Kalke	Gasterngranit Pfirsichblütenrot	Roter Flysch	Eoc. Sandstein	Habkerngranit	Arkesin	Valorsine	Rot. Quarzit Wallis	Glimmerquarzit
Waldbach	6	1	14				Sehr viel	8				
Rambach	3	3	12	4		2		26				
Trachselbach	14	7	10	4			4	1				
Kalkgraben	14	29	60				4					
Fambach Grundm.	5	10	42		1		2					5
Fischbach	4	10	21					2			1	
Finstergraben								3	1	1		
Flüebach 930 m aufwärts		2						15				

Aus dieser Zusammenstellung erkennen wir:

1. Das Röthenbachthal ist reich an erratischen Blöcken. Die meisten derselben stammen aus der Urgesteinszone der Berneralpen und sind durch den Aargletscher verfrachtet worden.

2. Die ersten charakteristischen Rhoneblöcke treten erst nördlich von Röthenbach auf. (Vide Absch. I.)

3. Graue Gneisse und Granite sind im sogenannten Südernkessel, besonders in seinem obern Teile weniger reichlich ausgestreut als in der Umgebung von Röthenbach. Vermutlich hat der sich nach Nordosten bewegende Gletscher diese nach Südosten gelegene Mulde weniger berührt.

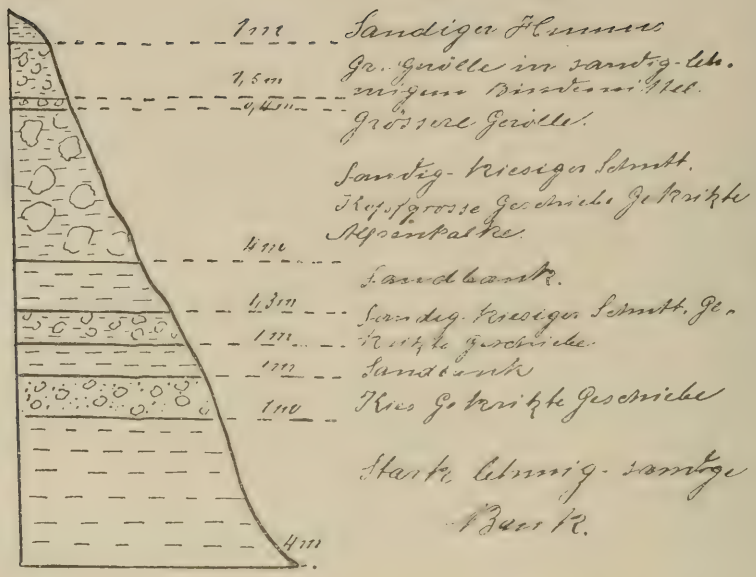
4. Im Wald- und Rambach, beides Seitengraben des Südernkessels, ist ein eoc. Sandstein reichlich abgelagert. Seine Verbreitung nimmt nordwärts auffallend rasch ab.

5. Südlich von Röthenbach, im Ram-, Wald- und Flüebach, erkennen wir unter dem Aareerratikum zahlreiche Habkerngranite. Nördlich der genannten Ortschaft, also im Gebiet, da die ersten Rhoneblöcke auftreten, wird ihr Vorkommen zur vereinzelten Erscheinung.

Das in vorangehender Zusammenstellung verzeichnete Aareerratikum erkennen wir in demselben Verhältnis in der Grundmoräne wieder. Besonders hübsch ist dieselbe im Fambach bei Röthenbach aufgeschlossen. Die mittlere Stufe dieses Einschnittes ist kesselartig erweitert. Die Gehänge des Kessels zeigen eine unruhige Bodengestaltung. Wir bemerken muldenartige Vertiefungen und daneben wallartige Bildungen.

Auf der Ostseite des Kessels hat ein Nebenbach eine tiefe Furche ausgewaschen, wodurch uns ein deutlicher Einblick in die hier aufgeschlossene Grundmoräne gewährt wird. In dem grauen, lehmigen, in einigen Lagen sandig-lehmigen Bindemittel stecken faust- bis kopfgrosse Geschiebe, worunter scharf gekritztes Material reichlich vorhanden ist. Besonders auffallend ist die Menge grosser, eckiger Blöcke, teils im Bachbett gelegen, teils seitlich im Gletscherschutte steckend. (Vide Zusammenst. Fambach. Grundm.) Die Mächtigkeit dieser Glacialablagerung nimmt mit zunehmender Höhe ab. Während dieselbe bei 890 m wenigstens 6 m beträgt, schätzte ich sie bei 940 m noch auf $^1/_2$ m. Das stark lehmige Bindemittel bildet den wasserundurchlassenden Untergrund zahlreicher Sumpfwiesen längs des Gehänges.

Die oberste Stufe des Fambaches trägt die Bezeichnung Kalkgraben. Hier können wir eine weitere Form glacialer Ablagerungen beobachten. Vom Kalkgraben zweigt sich ein östlicher, ungefähr 200 m langer Seiteneinschnitt ab, der in Form eines Kessels endigt. Dieser Einschnitt liegt mitten im Fragment einer fluvioglacialen Terrasse. Die Mächtigkeit derselben beträgt ca. 15 m. Die regelmässige Schichtung des Materials erkennen wir aus nebenstehendem Profil.



Profil der Terrasse im Kalkgraben

Der Aufbau dieser Terrasse entspricht nach der Beschaffenheit des Materials der von Penk an ähnlichen Bildungen in den Ostalpen gemachten Beobachtung, wonach sich dieselben von unten nach oben aus Bänderthon, Sand, Kies und Schotter aufbauen. Wir erkennen deutlich eine Verschiebung des gröbern Materials nach den obern Schichten. Es ist dies jene charakteristische Erscheinung der fluvioglacialen Terrassen, worauf Böhm seine Anschauung, dieselben möchten durch den vorstossenden Gletscher entstanden sein, stützt.[1]) Das Terrassenfragment im Kalkgraben ist hier um so erwähnenswerter, da wir weder im Röthenbachthal noch im Thal der grossen Emme abwärts bis Schüpbach eine weitere ähnliche Glacialbildung beobachten können. Dasselbe verdankt seine Erhaltung seiner gegen Erosion geschützten Lage. Da es aus dem für den Aargletscher charakterischen Material aufgebaut ist, ist es uns ein sicherer Beweis, dass Schmelzwässer des diluvialen Aargletschers nordostwärts durch das

[1]) Böhm. Die alten Gletscher der Enns und Steyr, pag. 492.

Thal des Röthenbaches und dasjenige der grossen Emme abflossen. Diese Schmelzwässer haben zur Bildung fluvioglacialer Terrassen geführt. Das heutige Fehlen derselben erklärt sich aus der Annahme einer spätern intensiven Erosion, die durch die orographischen Verhältnisse des Geländes kräftig unterstützt wurde.

B. Glaciale Erscheinungen im Thal der grossen Emme und Lokalvereisung.

Seltener als im Röthenbachthal sind die glacialen Ablagerungen im Thal der Emme zwischen Eggiwil und Schüpbach zu finden. Grundmoräne und fluvioglaciale Terrassen sind gänzlich oder bis auf zweifelhafte Spuren verschwunden. Die sichersten Anhaltspunkte für den Nachweis einer einstigen Vereisung gewähren uns grössere erratische Blöcke, die wir besonders in den seitlichen Einschnitten des Hauptthales beobachten können. Wir finden graue Granite und Gneisse, schwarze Alpenkalke und eoc. Sandsteine. Es ist dies das charakteristische Aareerratikum, dem wir im Röthenbachthal begegnet sind. Der diluviale Aargletscher muss also bei Eggiwil ins Thal der grossen Emme eingedrungen sein.

Wenn wir aber das soeben erwähnte Erratikum näher untersuchen, so werden wir doch einer Veränderung gewahr. Während die eoc. Sandsteine, die im Südernkessel so reichlich ausgestreut sind, bei Röthenbach nur noch spärlich auftreten (vide zusammenst. Trachselbach, Fambach, Fischbach), finden wir sie nördlich von Eggiwil wieder zahlreicher verbreitet. Doch bemerken wir unter den kleinen bis mittelgrossen, infolge starker Verwitterung gelblich-braunen Blöcken, wie wir sie im Ram- und Waldbach und in der Umgebung von Röthenbach beobachten können, grosse, wenig abgerundete Exemplare von weisser bis aschgrauer Färbung. Dies sind die charakteristischen Hohgantsandsteine, das Leitgestein der Lokalvereisung. Letztere muss sich als Zufluss dem Aargletscher angeschlossen haben, und weil wir das südlichst gelegene Aareerratikum auf dem Breitmoos und im Sorbach nahe bei Gehöft Niederbergalp beobachten können, muss der Anschluss südlich des Dorfes Eggiwil erfolgt sein.

Im Gegensatz zu der im II. Abschnitt erwähnten Lokalvereisung hat sich diejenige der dritten Eiszeit bedeutend weiter nordwärts vorgeschoben. Frei von Aareerratikum finden wir Lokalgesteine und Lokalschutt bis an den Südrand des Breitmooses abgelagert. Der

Hohgantsandstein, der in zahlreichen Blöcken im Hauptthal ausgestreut ist, orientiert uns in vorzüglichster Weise über die Verbreitung der Lokalvereisung. Diese Gesteinsart kommt sowohl am Nordost- als am Südwestschenkel des Hohgantes als anstehender Fels vor. Daher dürfen wir sie nicht überall als Erratikum betrachten. Vom Kemmeribad bis zum Einschnitt des Schwarzbaches, also dem ganzen Nordfusse des Hohgantes nach, ist das Vorkommen dieser Blöcke zum Teil kleinern Felsstürzen zuzuschreiben. Erst nördlich des genannten Einschnittes muss ihre Ausstreuung durch die Lokalvergletscherung erfolgt sein, und erst von hier an können wir aus ihrer Verbreitung sichere Schlüsse auf die Verhältnisse der einstigen Vereisung ziehen. Ich beobachtete die vertikale Verbreitung der Hohgantsandsteine von der Lokalität Sattel an. Hier liegen die höchsten Blöcke bei 1270 m, in welcher Höhe zugleich auch Grundmoräne aufgeschlossen ist. Nordwestlich von Gehöft Sattel hält sich das genannte Gestein an die Wasserscheide zwischen Röthenbach und Emme. Nach Kaufmann[1]) wird diese nicht überschritten. Allerdings bleiben die grossen Blöcke, wie wir sie im Hauptthale so häufig beobachten können, auf der Westseite der Wasserscheide zurück. Dagegen müssen wir des eoc. Sandsteines gedenken, der im Südernkessel so reichlich ausgestreut ist und dessen Verbreitung sich fast nur auf diese Mulde beschränkt. (Vide Zusammenst.) Die eoc. Sandsteine im Ram- und Waldbach unterscheiden sich von den Hohgantsandsteinen des Hauptthales nur durch geringeres Volumen und durch ihre gelblich-braune Färbung, eine Folge starker Verwitterung. Im übrigen haben wir hier wie dort dieselbe Gesteinsart. Eine Verfrachtung der im Südernkessel vorkommenden eoc. Sandsteine durch den diluvialen Aargletscher ist wahrscheinlich, da sich die Zone des Hohgantsandsteines bis an den Thunersee erstreckt. Allein im Bereiche der Möglichkeit liegt auch eine Ausstreuung dieses Erratikums durch den Emmengletscher, da wir am Sattel lokale Grundmoräne bei 1270 m finden, während südöstlich und nordwestlich von diesem Punkt gelegene Einsenkungen im Rücken der Wasserscheide ein Ueberfliessen des Emmengletschers nach der genannten Mulde unserer Vermutung sehr nahe legen.

Bei Gehöft Vorder-Lindenboden liegen Hohgantsandsteine noch bei 1160 m. Von hieraus kann man ein allmähliches Sinken ihrer

[1]) Kaufmann. Beiträge zur geolog. Karte d. Schweiz. Emmen- und Schlierengegenden., pag. 457.

Höhenlage beobachten, so dass sie bei Ober-Breitmoosalp noch 1020 m erreichen, von wo an sie sich an den Kamm des nordwestlich streichenden Rothengrates halten.

Wir haben den Emmengletscher ohne weitere Begründung als Zufluss des Aargletschers und damit als eine Erscheinung der Diluvialzeit bezeichnet. Diese Annahme ergibt sich aber aus den erwähnten Verhältnissen der zweiten Eiszeit und ganz besonders aus der Ueberschüttung des Aareerratikums durch den Lokalschutt, wie wir dies auf dem Breitmoos beobachten können. Aus der vertikalen Ausstreuung der Hohgantsandsteine am linken Thalgehänge können wir auf die Entwicklung des Lokalgletschers schliessen. Die Höhendifferenz zwischen der Thalsohle und dem höchstgelegenen Erratikum am Sattel beträgt 300 m. Auf dem Breitmoos und unterhalb Steinboden finden wir noch Hohgantsandsteine bei 1020 und 1042 m, so dass das Gefälle des Eisstromes zwischen Sattel und Eggiwil gering gewesen sein muss. Beide Erscheinungen sprechen für eine intensive Entwicklung der Lokalvereisung während der Diluvialzeit. Wie gestalteten sich nun die Verhältnisse beim Rückzuge des Aargletschers? Der Rückzug der grossen Gletscher erfolgte etappenweise. Die einzelnen Etappen werden von bogenförmigen End- oder besser Rückzugsmoränen begrenzt. Selbst Seitenarme des Hauptgletschers waren imstande, solche Moränen aufzuwerfen.

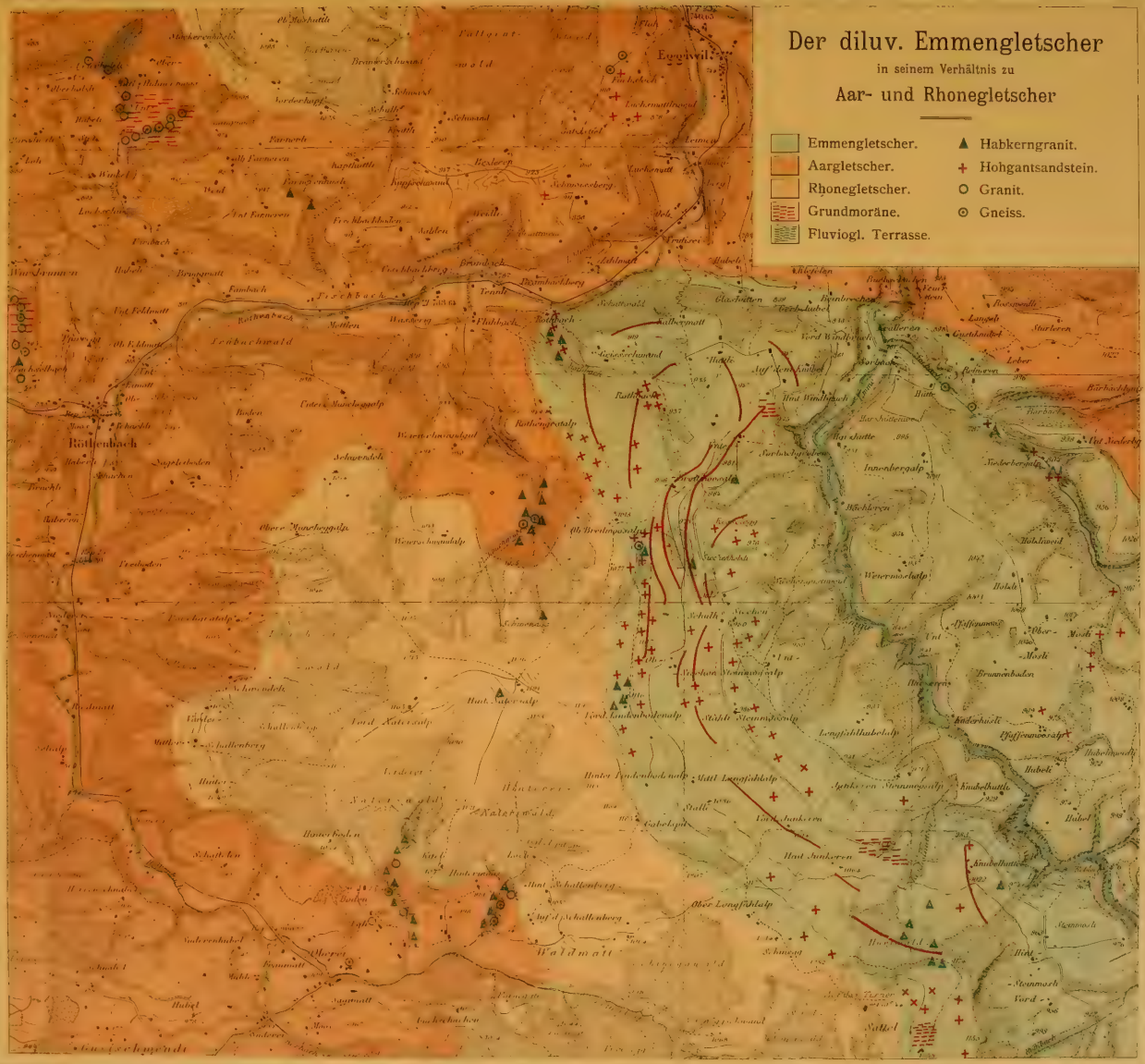
Beim Rückzuge des Aargletschers aus dem Emmenthal dürften sich aber die Verhältnisse etwas anders gestaltet haben. Die Ablation führte nicht nur zu einer Verkürzung der Längsachse des Gletschers, sondern gleichzeitig auch zu einer Tieferlegung des Gletscherniveaus. Aber eine verhältnismässig geringe Senkung des letztern genügte, um die Wasserscheide zwischen Aare- und Emmenthal eisfrei zu legen, wodurch der Eisstrom über Schwarzenegg nach den Thälern des Röthenbaches und der Emme vom Hauptgletscher abgeschnitten wurde. Vom Augenblicke an, da sich die Unterbrechung der erwähnten Kommunikation vollzogen hatte, konnte das Aareeis im Emmenthal nur mehr einen beweglosen Eiskörper repräsentiren, dem die Kraft, Rückzugsmoränen aufzuwerfen, abging. Und in der That finden wir weder im Röthenbachthal, noch im Thal der Emme nördlich der Ortschaft Eggiwil Endmoränen, die für einen etappenweisen Rückzug des Aargletschers aus dem Emmenthal sprechen würden, insofern wir von zwei kurzen, bogenförmigen Wallmoränen absehen, die wir nicht

ohne weiteres als das Werk des Aargletschers bezeichnen können. Diese beiden Wälle liegen nördlich von Eggiwil am linken Thalgehänge bei dem Gehöft Moosegg. In dem stark sandig-lehmigen Bindemittel stecken hauptsächlich Nagelfluhgerölle und Geschiebe aus der Molasse. Ausserdem finden wir darin auch Hohgantsandsteine, Alpenkalke und vereinzelte Granit- und Gneisgeschiebe. Auf dem einen dieser Wälle aber liegen grössere Blöcke aus Hohgantsandstein, eine Erscheinung, die die Bildung der beiden Moränen durch den Lokalgletscher nahe legt. Wir dürften hieraus auf einen Vorstoss oder auf eine Stagnation des Emmengletschers schliessen, die zu jener Zeit erfolgt sein müsste, da die Kommunikation zwischen dem Aargletscher und seinen ins Emmenthal vorgeschobenen Eismassen bereits unterbrochen war. Doch infolge des ungenügenden Beweismaterials müssen wir dieser Schlussfolgerung noch den Charakter der Hypothese lassen, so dass wir als die nördlichsten Spuren eines selbständigen Emmengletschers erst die Endmoränen auf dem Breitmoos betrachten dürfen.

C. Der eigentliche Emmengletscher.

Wir bezeichnen hiemit die zur Zeit des sich zurückziehenden Aargletschers noch fortdauernde, dem letztern aber nicht mehr tributäre Lokalvereisung, die ihre Endmoränen auf dem Breitmoos aufwarf. Letzteres war in jener Zeit bereits vom Aargletscher verlassen; denn sein Erratikum wird, wie wir uns im Bacheinschnitt bei Ob. Breitmoosalp überzeugen können, von dem jüngern Lokalschutt überlagert. Das Breitmoos ist ein Nagelfluh-Plateau südlich der Ortschaft Eggiwil. Das Niveau desselben liegt in der Höhe von 940 m. Seine Ränder nach Nord und Nordost sind sehr steil bis senkrecht. Es liegt in der Achse des Hauptthales und bot sowohl für die Ablagerung als auch für die Erhaltung der glacialen Bildungen die günstigsten Bedingungen. Die Endmoränen auf dem Breitmoos bilden drei bogenförmige, nach Süden geöffnete Wälle. Ihre Lage entspricht der Achse des Emmengletschers.

Der äusserste dieser drei Wälle ist in einem Hauptstück von c. 400 m Länge erhalten. Die Höhe desselben beträgt 25 m. Es legt sich hart an den nordöstlichen Absturz des Plateaus. Als natürliche Fortsetzung dieses Walles müssen wir zwei allerdings stark


Der diluv. Emmengletscher
in seinem Verhältnis zu
Aar- und Rhonegletscher
Emmengletscher.
Aargletscher.
Rhonegletscher.
Grundmoräne.
Fluviogl. Terrasse.
Habkerngranit.
Hohgantsandstein.
Granit.
Gneiss.
Eggiwil
Röthenbach
Waldmatt
Mit Bewilligung des eidg. topogr. Bureaus
Massstab 1 : 25000.
1 Kilometer
1 Centim. = 250 Meter
Graph. Kunstanstalt H. Kümmerly a. Frey, Bern

verflachte Bildungen bezeichnen. Die eine derselben liegt am Nordrande des Plateaus, die andere schliesst sich dem Rothengrat an.

Der mittlere Wall ist ebenfalls in drei Bruchstücken erhalten. Sie sind nicht so entschieden wallartig wie das am Nordostrande gelegene Hauptfragment des äussersten Walles. Dagegen ist ihre Zusammengehörigkeit leicht zu erkennen. Das östliche Bruchstück ist stark eingebogen und schliesst sich dem dritten oder innersten Walle an; das westliche lehnt sich an den Rothengrat und wird vom mittleren Stück durch den Einschnitt des Rothbaches getrennt, der da, wo er den Wall durchschneidet, eine Anzahl grosser Hohgantblöcke blossgelegt hat. Hinter dem mittleren Walle breitet sich eine sumpfige Depression aus, das eigentliche Breitmoos.

Am vollkommensten erhalten ist die innerste Endmoräne. Sie beginnt westlich vom Siechenhölzli, einige Meter über der neuen Strasse und tritt uns zuerst in Form eines Doppelwalles entgegen, welchen Charakter sie bis zu Gehöft Unter-Breitmoosalp beibehält. Die beiden Wälle erreichen eine Höhe von 20 m. Von genanntem Gehöft an zeigt der äussere Wall eine starke Verflachung, verläuft aber im Abstand von einigen Metern streng parallel dem innern, selbst dessen Ausbuchtungen, die auf eine Lappenbildung des Gletschers schliessen lassen, nachahmend. Der innere Wall ist im Wäldchen ob Siechenhölzli, sowie bei Punkt 964 an der Strasseneinbiegung aufgeschlossen. Das Material, aus dem er sich aufbaut, besteht zum grössten Teil aus grossen, eckigen Hohgantsandsteinen und einigen, ebenfalls eckigen Alpenkalken, die in einem braungelben, lehmigen Schutt eingelagert sind. Dieses Material bürgt vollkommen für den Charakter der Lokalmoräne.

Schon seiner Lage entsprechend, muss der innerste Wall die jüngste Moräne des Breitmooses repräsentieren. Die ungestörte Erhaltung desselben schliesst eine spätere Überschiebung durch den Gletscher infolge eines nachträglichen Vorstosses aus. Damit stimmt zudem auch die starke Verflachung und Abtragung der nur mehr in Bruchstücken vorhandenen äussern Wälle überein. Nun finden wir aber im nahe gelegenen Bacheinschnitt bei Ob. Breitmoosalp von Lokalschutt überlagertes Aareerratikum. Ersterer liegt zudem höher als die innere Endmoräne und ist dieser auch vorgelagert. Er muss daher zeitlich vor derselben, infolge seines Verhaltens zum Aareerratikum dagegen nach der Anwesenheit des Aargletschers abgelagert

worden sein. Um so mehr dürfen wir die Entstehung des jüngsten Walles in eine enddiluviale Zeit verlegen. Das Zeitintervall zwischen der Entstehung der beiden äussern Wälle und derjenigen des innern Walles dürfte ein ganz bedeutendes sein und einen Zeitabschnitt mit anfänglich starker Ablation und darauffolgendem letzten, kräftigen Vorstoss des Emmengletschers umfassen.

Innerhalb der jüngsten Endmoräne erkennen wir in der Thalsohle den einstigen Gletscherboden. Er erstreckt sich als sumpfige Depression vom Siechenhölzli bis zum Steinmösli in einer Länge von $4^1/_2$ km und ist von Hohgantsandsteinen in Form grosser Blöcke reichlich übersäet.

Bei Siechen bemerken wir auch verflachte Geröll- und Schuttablagerungen, die im Sommer einer spärlichen Vegetation ein kümmerliches Dasein gewähren. Der grösste Teil der Depression wird aber von Sumpfwiesen und Torfmooren beansprucht, welch letztere bei Siechenhölzli und im Steinmösli ausgebeutet werden. Der wasserundurchlassende Untergrund dieses Gletscherbodens wird durch eine lehmige Grundmoräne gebildet. Diese ist an verschiedenen Stellen, besonders aber am Strasseneinschnitt unterhalb Hinter-Junkern hübsch aufgeschlossen. Das sich längs der Strasse hinziehende Thalgehänge ist mit Gletscherschutt belegt, wovon wir uns in den Einschnitten mehrerer der Emme zufliessender Bäche überzeugen können. Ebenso können wir verschiedene, wenn auch nicht gerade gut erhaltene Fragmente einstiger Lateralmoränen beobachten.

Eine bemerkenswerte Glacialbildung, von der wir zwischen Breitmoos und Hinter-Junkern keine Spuren entdecken können, ist uns unweit der letzterwähnten Lokalität am Knubelhüttengraben aufgeschlossen. Es ist eine mächtige Seitenmoräne, die sich vom Büttlerschwandgraben bis in die Nähe von Hinter-Junkern dem Thalgehänge nachzieht. Durch eine Anzahl kleiner Bäche ist dieselbe an mehreren Stellen stark eingeschnitten worden. Die steilen Abstürze des lockern Materials sind von der Hauptstrasse aus leicht erkennbar. Das Niveau dieses Schuttwalles liegt am Büttlerschwandgraben bei 1180 m, am Knubelhüttengraben bei 1130 m. Es zeigt also ein verhältnismässig geringes Gefälle im Sinne der einstigen Gletscherbewegung. Ebenso nimmt die Mächtigkeit dieser Moräne von Süden nach Norden ab. Sie beträgt am Büttlerschwandgraben ca. 40 m, am Knubelhüttengraben nur noch 15 m. Das Material hat

vollständig lokalen Charakter. Es setzt sich hauptsächlich aus Hohgantsandstein, aus Molasse und aus auffallend viel Alpenkalk zusammen. Form und Grösse des Materials sind sehr verschieden. Wir bemerken vorerst grosse, eckige Blöcke aus schwarzem Alpenkalk, die ungeordnet mitten in dem Schuttwalle stecken. Neben diesen erblicken wir einzelne Habkerngranite, Flyschblöcke und helle Alpenkalke. Grössere Blöcke aus Hohgantsandstein sind seltener und meist stark abgerundet. Ein grosser Teil des Materials ist faust- bis kopfgross. Scharf gekritzte Alpenkalke sind darunter reichlich vorhanden. Dieses mittelgrosse Material ist aber mit geringer Ausnahme stark gewaschen, abgerundet und öfters in einem stark sandig-lehmigen Bindemittel eingelegt. Liesse diese Ablagerung irgend welche Schichtung erkennen, so müssten wir sie als fluvioglaciale Terrasse bezeichnen.

Die Höhenlage der Seitenmoräne bleibt am Sattel ca. 140 m hinter derjenigen der höher gelegenen Grundmoräne daselbst zurück. Letztere scheint sich überdies unter der Seitenmoräne durchzuziehen. Der Nachweis ist allerdings schwierig, da diese selbst viel gekritztes Material enthält. Er ergibt sich aber doch mit einiger Sicherheit aus dem Fehlen der lehmigen Grundmoräne auf der Seitenmoräne, während dieselbe ober- und unterhalb der letztern beobachtet werden kann. Hätte sich zudem diese Lateralmoräne beim ersten Vorstoss des Lokalgletschers gebildet, so könnte sie nicht so viel gekritzte Geschiebe enthalten und das lockere Material müsste bei einer nachfolgenden Überschiebung durch den Gletscher eine intensive Verfrachtung erfahren haben. Die Seitenmoräne ist jünger als die Grundmoräne. Sie hat ihre Entstehung einem später erfolgten Vordringen des Gletschers zu verdanken. Nun entspricht aber das nach Norden fallende Niveau des Schuttwalles der jüngsten Endmoräne auf dem Breitmoos. Diese Übereinstimmung ist uns ein weiterer Beweis für einen letzten zu Ende der Diluvialzeit erfolgten Vorstoss des Emmengletschers, eine Erscheinung, die ihr Analogon in dem nachgewiesenen enddiluvialen Vordringen des Sarinegletschers findet. Zwei Eigentümlichkeiten der Seitenmoräne scheinen mir noch von besonderer Bedeutung zu sein.

1. Das reichliche Vorhandensein von gewaschenem Material,
2. der hohe Prozentsatz an schwarzem Alpenkalk.

Beide Erscheinungen stehen aber in bestem Einklang mit unserer die zeitliche Entstehung betreffenden Annahme. Das gewaschene

Material setzt eine intensive Bearbeitung durch fliessendes Wasser voraus, woran es in der dem letzten Gletschervorstosse vorangehenden Periode starker Ablation nicht fehlen konnte. Bedenken wir ferner, dass eine Zeit des Gletscherrückzuges eine Steigerung der Jahreswärme voraussetzt und diese wiederum einer Verschiebung der O.-Isotherme oder der Zone der stärksten Verwitterung nach höhern Lagen ruft, so wird uns auch das reichliche Auftreten des schwarzen Alpenkalkes begreiflich, da dieser als anstehende Gesteinsart im Nordschenkel des Brienzergrates, also im einstigen Akkumulationsgebiet des Emmengletschers beobachtet werden kann.

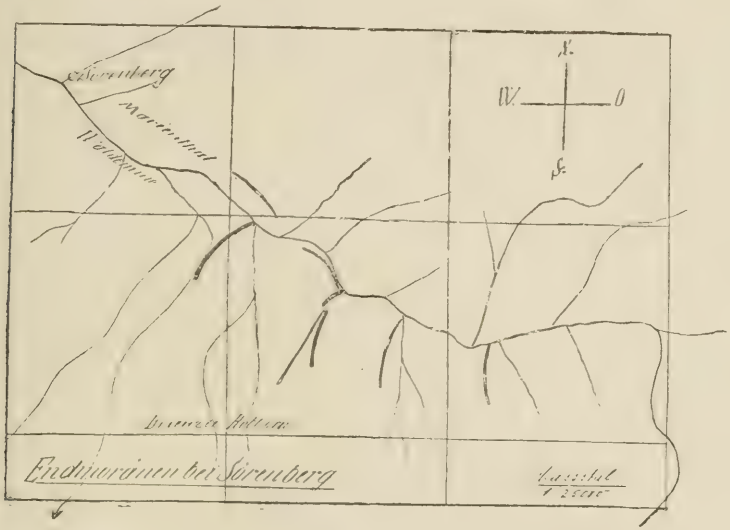
Der endgültige Rückzug des Emmengletschers erfolgte nicht ohne weitere Unterbrechung. Bei der Lokalität Knubelhütte ist eine hübsche, hufeisenförmige Endmoräne aufgeworfen, die uns wohl das letzte stationäre Verhalten des Gletschers erkennen lässt. Sie lehnt sich an das rechte Thalgehänge und erreicht eine Höhe von 30 m. Hinter diesem Schuttwall, der nicht die ganze Thalsohle absperrt, breitet sich das sog. Steinmösli aus, eine Fortsetzung des schon früher erwähnten grossen Gletscherbodens. Eine weitere Untersuchung der Glacialbildungen oberhalb Knubelhütte führt auf keine jüngern Endmoränen, so dass sich der letzte Rückzug des Gletschers ohne weitere Unterbrechung vollzogen haben mag.

D. Die Vereisung des Marienthales.

Eine zu der Lokalvergletscherung des Emmenthales analoge Erscheinung bietet uns das Marienthal, die oberste Stufe des Entlebuches. Auch dieses hatte einen Lokalgletscher. Zwischen Hirseggbrügg und Sörenberg können wir nicht sehr hohe, sich in der Nähe des Flussufers hinziehende Schuttwälle beobachten, deren Nordende eine schwache, hufeisenförmige Einbiegung erkennen lässt. Die Waldemme fliesst hier in einem tiefen Einschnitt, und einer dieser Wälle endigt in einem steilen Absturz nach dem Flussbette, wodurch er uns vorzüglich erschlossen wird. Das Material hat vollständig lokalen Charakter. In einem stark lehmigen Bindemittel stecken neben mittelgrossen abgerundeten eocänen Sandsteinen ebenso grosse bis mächtige schwarze Alpenkalke. Diese sind teils abgerundet und stark gekritzt, teils eckig. Dem Schuttwalle fehlt jegliche Schichtung. Form, Material und Aufbau lassen in demselben die Endmoräne eines einstigen Lokalgletschers erkennen. Unterhalb Hirseggbrügg gelang es mir

nicht, eine weitere ähnliche Bildung zu beobachten. Dagegen finden wir südlich von Sörenberg ein ganzes System hübscher, kurzer Endmoränen, die uns eine letzte Rückzugsetappe des Lokalgletschers markieren.

Diese Wälle sind da aufgeschüttet, wo sich mit dem Hauptthal eine seitliche, allerdings nicht scharf ausgeprägte Mulde vereinigt, die sich dem Fusse des Brienzergrates nachzieht. Die Erwähnung dieser Mulde kann hier nicht übergangen werden, da gewisse Schuttwälle für die Thätigkeit eines aus derselben vordringenden Gletschers sprechen. (Vide Karte.)



Der äusserste bogenförmige Wall erreicht eine Länge von ca. 400 m. Er lehnt sich mit seinen beiden Enden an die gegenüberliegenden Thalabhänge. Dadurch wird die Waldemme an den nordöstlichen, ein vom Brienzergrat her fliessender Bach an den südwestlichen Abhang gedrängt. Der Wall ist gut erhalten. Seine Höhe beträgt 25 m. In der Mitte des Bogens bemerken wir einen hübschen Einschnitt, das Werk abfliessender Schmelzwässer. Hinter dem Walle breitet sich der alte Gletscherboden aus, eine sumpfige Depression von 1 km Durchmesser. Im Südosten wird dieselbe durch zwei Wälle eingeschlossen: vorerst durch eine kurze, gebogene, nach Südwesten geöffnete Moräne, die in unmittelbarer Nähe des Flusses aufgeschüttet

ist, sodann durch einen geraden, langgestreckten, von Südwesten nach Nordosten verlaufenden Wall. Die Lage dieser beiden Moränen entspricht nicht einem Gletscher des Hauptthales, sondern einem von Südwesten her durch die erwähnte Mulde vordringenden Seitengletscher. Das erstgenannte Stück scheint eine Endmoräne, der gerade verlaufende Wall eine Seitenmoräne desselben zu sein. Unmittelbar an die letztere lehnt sich nun eine nach Südosten geöffnete bogenförmige Moräne, die unzweideutig dem Gletscher des Hauptthales entspricht. In ihrer östlichen Hälfte bemerken wir einen Einschnitt, die Abflussstelle der einstigen Schmelzwässer, und hinter ihr erkennen wir wieder den alten Gletscherboden. Die Höhe dieser Wälle erreicht 25—30 m. Etwas niedriger sind zwei noch folgende innere Endmoränen, die uns den weitern Rückzug des Gletschers markieren. Es wäre interessant, auch im Marienthal aus dem Verhalten der erwähnten Endmoränen zu dem Erratikum des Reussgletschers auf einen enddiluvialen Vorstoss des Lokalgletschers schliessen zu können. Meine Beobachtungen führten nicht zu diesem Ergebnis. In der Umgebung von Sörenberg konnte ich überhaupt kein Reussgletschererratikum beobachten. Die auf der Favre'schen Karte verzeichneten Blöcke unterhalb der genannten Ortschaft sind Halbkerngranite. Dagegen spricht der ungestörte Aufbau der beschriebenen Moränen unzweifelhaft für eine Diluvialerscheinung, so dass eine kräftige enddiluviale Oscillation des Lokalgletschers auch im Marienthal nicht ausgeschlossen ist.

III. Schlussfolgerungen.

Gestützt auf unsere Kartenaufnahme in 1 : 25,000 führen die Glacialerscheinungen der Emmenthäler zur Annahme zweier Eiszeiten. Spuren der sogenannten ersten Eiszeit sind nicht gefunden worden. Die Verfrachtung der höchstgelegenen Findlinge, deren Lage sich nicht mit dem Niveau des diluvialen Aargletschers vereinigen lässt, verlegen wir in die mittlere Eiszeit, die sich durch die höchste Entwicklung des Rhonegletschers charakterisiert. Dieser verfrachtete echte Rhoneblöcke südwärts bis zu der Linie Gurnigelbad-Eggiwil-Napf. Er hatte aber im Aargletscher einen mächtigen und in einer lokalen Vereisung des obersten Emmenthales einen schwächern Zufluss, so dass die Rhonegletschergrenze vom Gurnigel über die Hohe Honegg nach Wiggen gezogen werden kann. Nie kann dagegen der Rhone-

gletscher in das oberste Quellgebiet der Emme vorgedrungen sein, wie dies die Favre'sche Gletscherkarte verzeichnet.

Die Verfrachtung der tiefer gelegenen glacialen Bildungen, die uns in Form erratischer Blöcke, Terrassen und Grundmoränen erhalten sind, verlegen wir in die dritte Eiszeit. Der verfrachtende Gletscher ist der diluviale Aargletscher, der ins Thal der grossen Emme eindrang. Er hatte einen bedeutenden Zufluss im Emmengletscher, dessen Anschluss bei Eggiwil erfolgte. Eine hübsche Endmoräne auf dem Breitmoos, die sich aus den Lokalgesteinen des Emmenthales aufbaut und zugleich Aarblöcke im Liegenden aufweist, spricht für einen zu Ende der Diluvialzeit erfolgten selbständigen Vorstoss des Emmenthalgletschers. Derselbe ist hier zum ersten Mal als selbständiger Lokalgletscher erwiesen worden. In den Endmoränen des Saanen- und Marienthales findet diese Erscheinung ihr Analogon. Wir können hieraus auf selbständige diluviale Vereisungen der grössern Voralpenthäler schliessen, deren Gletscher zu Ende der Diluvialzeit, nachdem die grossen Eisströme bereits den Rückzug angetreten hatten, noch hübsche Endmoränen aufwarfen.

Bruno Moebus.

Der diluviale Oglio-gletscher.

I. Einleitung mit Litteratur.

Schon seit längerer Zeit erfreut sich das früher vernachlässigte Diluvium grösseren Interesses und somit intensiveren Studiums. Auch die Vergletscherung der Alpen, und davon wieder hauptsächlich die der Nordseite, hat ihre Bearbeiter in reichem Masse gefunden.

Anders liegt es auf der Südseite der Alpen. Die grossen Gletscher wurden zwar auch hier mehr oder weniger umfassend beschrieben, aber die kleineren mussten dabei ziemlich in den Hintergrund treten. Speziell ist dies beim Oglio-gletscher der Fall, bei dessen Untersuchung die neueren Erfahrungen über Gletscher bisher nicht genügend berücksichtigt sind.

Deshalb dürfte es wohl nicht unangebracht sein, eine auf genauen Untersuchungen und den Gesichtspunkten der neueren Glacialgeologie beruhende, umfassendere Bearbeitung des Oglio-gletschers zu geben.

An Litteratur über den Oglio-gletscher ist in erster Linie zu nennen Stoppani [1]) mit seiner Era neozoica, worin er eine zwar umfassende Beschreibung des Oglio-gletschers giebt, die aber in Anbetracht des grossen Stoffes keineswegs ins Detail gehen konnte, auf die sich aber alle, die nach Stoppani über den Oglio-gletscher geschrieben, berufen. Stoppani nimmt nur eine Eiszeit an.

Ganz auf Stoppani fusst Saccos Arbeit: «Apparato morenico del Lago d'Iseo» [2]), der zwar ins Detail geht, aber seine Bezeichnungen sehr allgemein hält. Sein «Morenico» bezeichnet innere und äussere Moränenzone, sein «Terrazziano» verschwemmte innere und äussere Moräne, Fluvioglacial und Kies. Was er am Oglio «Ceppo» nennt, ist einfach durch Sickerwasser lokal mehr oder weniger verfertigtes Fluvioglacial oder sogar verkitteter Moränenschutt, wie z. B. im Adrarathal. Sein *Diluvium* ist *Alluvium*, sein Villafranchiano sind interglaciale Bänderthone.

[1]) Stoppani: L'Era neozoica in Italia. Milano 1878.

[2]) Sacco, F.: L'Apparato Morenico del Lago d'Iseo. (Tip. e Lit. Camilla Bartolero. Torino 1894.)

Dann ist zu nennen Salmojraghi [1]), der die Erosionspyramiden des Moränenlappens bei Zone und die Seitenmoräne oberhalb Sale-Marasino beschreibt.

Amighetti [2]) giebt eine populär gehaltene Beschreibung des Glacialterrains am Lago d'Iseo, speziell oberhalb Lovere. Ebenso Salmojraghi über das Interglacial im Borlezzathal.

Zum erstenmal hat A. Baltzer [3]) die Existenz mehrerer Glacialperioden auch auf der Südseite der Alpen, und speziell am Iseosee, nachgewiesen, indem er in einer Einlage zwischen zwei Grundmoränen in der Borlezzaschlucht bei Sellere durch Rhododendron Ponticum und andere von Prof. F. Fischer beschriebene Formen ein milderes Klima nachwies. [4])

Auch der Ingenieur Stella [5]) steht auf dem neuesten Standpunkte der Glacialforschung, kritisiert Saccos zu allgemein gehaltene Bezeichnungen, wie «Terrazziano» und «Diluvium», spricht sich für die Existenz mehrerer Glacialperioden, auch am Lago d'Iseo, aus, und fordert zur Forschung und Kritik auf. Seine Vermutungen haben sich am Iseosee teilweise bestätigt.

II. Areal des Gletschers.

Der Ogliogletscher erfüllte seiner Zeit das Camonicathal, welches im Norden an der österreichisch- (süd-tyrolisch) italienischen Grenze beginnt und in direkt südlicher Richtung bis an den Iseosee reicht.

Der Haupt-Gletscher setzte sich linkerseits aus den von den Höhen des Monte Gavia, Monte Tonale und dem Adamellomassiv herabfliessenden Eismassen zusammen; von rechts speisten ihn hauptsächlich die Höhen des M. Sarotti, Pizzo Trivigno, M. Venero-

[1]) Salmojraghi F.: Le piramidi di erosione ed i terreni glaciali di Zone. (Boll. Soc. Geol. ital. vol. IV, 1885.)

Giacimenti ed origine della terra follonica di Marone e Sale Marasino sul Lago d'Iseo (Atti Soc. it. Science nat. vol. XXXIV, 1893.)

[2]) Amighetti, A: Nuove ricerche sui terreni glaciali dei dintorni del Lago d'Iseo (Lovere 1889.) Osservazioni geologiche sul terreno glaciale dei dintorni di Lovere. (Atti Soc. it. Sc. nat. vol. XXXI, 1889.)

[3]) A. Baltzer: Spezialgeologisches von der Südseite der Alpen. Mitteil. der naturforschenden Gesellschaft in Bern. 1892.

[4]) Salmojraghi: Formazioni interglaciali allo sbocco di Val Borlezza nel lago d'Iseo.

[5]) Stella, A.: Sui terreni quaternari della Valle del Po, in Rapporto alla Carta geologica d'Italia. (Roma, Tip. Nazionale, 1895.)

colo und M. Mignone durch ihre Gletscher, die links durch das V. Grande, V. Mortirolo, V. di Costeno, V. di Alione, V. di Lanico und V. di Scalve, rechts durch V. Mazza, V. Paghera, V. di Malgha, V. di Brate, V. di Dois, V. Grigna und V. Inferno ins Camonicathal herabkamen.

Der Gletscher umfasste in seiner Hauptausdehnung ein Areal von ca. 100 km Länge und ca. 10—15 km Breite und erstreckte sich bis zum Monte Orfano, südlich des Iseosees, an dem er bis ca. 40 m in die Höhe ging.

III. Moränen.

A. Moränen südlich des Iseosees (Amphitheater). Endmoränen (vergl. Karte).

Das eigentliche Moränenamphitheater, d. h. die Endmoränen der beiden Glacialperioden des Oglioglet schers, liegt im östlichen Teil der Südseite des Iseosees, zwischen dem am Ufer des Sees gelegenen Städtchen Iseo und der 12 km südlich an der Linie Mailand-Venedig gelegenen Station Rovato, in der sogenannten Francia-Corta.

Die Moränenwälle, bisher auf keiner Karte eingetragen, sind selten schön erhalten, da, zum Unterschied von den meisten diluvialen Gletschern der Südseite der Alpen, beim Oglioglet scher Moränenbildung und Gletscherabfluss im wesentlichen getrennt sind: der Oglioglet scher hatte seinen Hauptabfluss im Westen des Iseosees, ungefähr dem jetzigen Ogliolauf entsprechend.

Das Amphitheater umfasst einen Flächenraum von ca. 12 km Länge und 10 km Breite, der im Norden vom Iseosee, im Osten und Westen von den Jurabergen der Francia-Corta und im Süden von der aus (eocaener) Nagelfluh bestehenden Monte Orfano-Kette und der lombardischen Tiefebene begrenzt wird.

Es lassen sich sieben Moränenzüge unterscheiden, wovon fünf auf die jüngere, zwei auf die ältere Eiszeit entfallen.

a) Aeltere Eiszeit.

1. Endmoränencharakterisierung.

Ausser der von A. Baltzer[1]) schon beschriebenen unteren Grundmoräne im Becken von Pianico, sind im Norden des Iseosees keinerlei Beweise für eine ältere Eiszeit vorhanden.

[1]) A. Baltzer: Glacialgeologisches von der Südseite der Alpen. (Pianico Sellere.). Neues Jahrbuch für Mineralogie, Geologie und Palaeontologie. Jahrgang 1896. I. Band.

Um so mehr finden sich solche südlich des Iseosees im eigentlichen Moränenamphitheater, wo sich jüngere und ältere Eiszeit von einander trennen lassen.

Der innere von den beiden der älteren Vergletscherung angehörigen Ringe beginnt im Osten bei C. Dso. Badino, südlich von Monticello Brusati, in einem kleinen, ziemlich direkt von Norden nach Süden sich erstreckenden Wall, setzt dann südwestlich in kleineren, vielfach verschwemmten und oft nur noch schildförmig verlaufenden Wällen fort: (vide Karte) bei Bettole, Camignone, Passirano, La Costa, Cazzago bis Villa und endigt im Westen in dem kleinen Wall Zocco di sopra.

Der äussere Ring, ca. 2,5 km gegen Süden vom innern entfernt, ist sehr unvollständig und hat nur noch einige wenige flach bis schildförmig verlaufende Wälle auf dem westlichen Flügel als Zeugen seiner ehemaligen Existenz; der Hügel von S. Donato bei Rovato, der von Pal-zo, Cocchetti, von Cna Caretti, La Tesa, die Höhen 206, 202, S-Vito, 201, bilden den äusseren Ring und verlieren sich, schildförmig verlaufend, nach Westen in der Ebene; von San Donato östlich ist alles flach und von einer Wallbildung nichts zu bemerken.

2. Ablagerungen innerhalb und ausserhalb der Wälle. Beweise für die ältere Glacialzeit.

Wie schon oben bemerkt, sind die Moränen der älteren Vergletscherung stark verschwemmt und fällt deshalb der Unterschied von der schönen charakteristischen, äussersten Endmoräne der jüngeren Vergletscherung um so deutlicher ins Auge, so dass der Gedanke an eine zweite Eiszeit sehr nahe liegt; sieht man nun noch das, zum Unterschied von der jüngeren Vergletscherung, weit stärker verwitterte Material (wobei man allerdings von dem in allen Ablagerungen des Oglioglетschers mehr oder weniger häufig vorkommenden Adamellogranit sich nicht leiten lassen darf) und die zwar nicht überall gleichmässige, aber doch immer angedeutete, an manchen Orten sehr typische bis zu 1½ m tiefe Ferettobildung, so scheint eine ältere Vergletscherung bewiesen.

Die Ferettisierung tritt ganz besonders schön zu Tage bei S. Donato an der Strasse Rovato-Iseo, ferner bei der Kiesgrube an der Wegkreuzung Iseo-Rovato und Cazzago-Villa, hier ist die Ferettisierung 1½ m tief, darunter noch ca. 6 m tief schön sortiertes

typisches Fluvioglacial; in Valle Pizzarotta legt der Bach einen Aufschluss von ca. 6 m Höhe bloss, an der Oberfläche ca. 1 m ferettisiert, darunter typische lehmige Grundmoräne; darauf ein massiver Block von rotem Porphyr ca. 8 cbm umfassend, auf dem ein Maulbeerbaum wächst. Oestlich M. Martinello, bei C. Nulli, typische Ferettobildung, darunter Fluvioglacial.

Nach Süden zu geht der Moränenschutt allmählich in Fluvioglacial, und dieses dann in Kies über; das Material ordnet sich und nimmt immer mehr Schichtung an. Noch ca. 7 km von der äussersten Endmoräne der jüngsten Vergletscherung entfernt, in den zur Gewinnung von Strassenschotter angelegten Kiesgruben, längs der Strasse Rovato-Ospitaletto, finden sich noch viele gekritzte Geschiebe, so dass eigentliches Kies erst südlich der Linie Rovato-Ospitaletto beginnt.

Weit bedeutender noch ist das Fluvioglacial entwickelt im Westen des Iseogebietes, wo es, da der Gletscher hier seine Abflüsse hatte, viel weiter nördlich, schon bei Paratico beginnt, aber wohl der jüngeren Vergletscherung entsprechende Niederterrassenschotter sind. Auch hier ist alles mit einer typischen Ferettodecke überzogen, oft 1—2 m mächtig. Schöne Aufschlüsse, die mehr oder weniger kiesigen bis fluvioglacialen Charakter haben, zeigen die oft mehr als 30 m Mächtigkeit des Schotters samt der Ferettodecke (Capriolo, Quintano, Palazzolo, Palosco). Mächtige Ablagerungen von grossen (1—4 m^3) erratischen Blöcken sind westlich Castell Paratico, weiter südlich bei Cne Biaghe und bei dem Bahnwärterhäuschen in der Nähe der Quote 186.

Hier im Westen kann die Kiesbildung auch erst südlich der Linie Pontoglio-Chiari beginnen, da dort noch verschiedentlich geschrammte Geschiebe gefunden wurden, $7^1/_2$ km von der äusseren Moräne entfernt.

Im Westen liegt die Grenze des Fluvioglaciales ca. auf der Linie Mornico-Cividate, dort sind zwar noch krystallinische Geschiebe, aber keine Schrammen mehr.

Was im Osten bei Sergnana, Provezze ect. Sacco als Diluvio bezeichnet, ist nur Verwitterungsprodukt der lokalen jurassischen Gesteine mit von den benachbarten Bergen herabgeschwemmter Terra rossa, eckiges Gestein, nichts krystallinisches, also *Alluvium*.

3. Terrassen der älteren Eiszeit.

Auf beiden Seiten des Oglio befindet sich ein System von Terrassen, teils Akkumulations-, teils Erosionsterrassen. Drei übereinander leniegde Terrassen, die mit ihren Rändern gegen den Ogliolauf abfallen und sich von Paratico bis Palosco und zum Teil weiter bis Cividate hinunterziehen.

Jede der zwei oberen Terrassen (die unterste ist eine Erosionsterrasse) entspricht einer Eiszeit, und zwar liegt die ältere oben, die jüngere darunter. Alle Terrassen sind fluvioglacial, lassen sich aber, abgesehen von der Höhendifferenz, auch nach dem Grade der Verwitterung und Ferettisierung von einander unterscheiden.

Am Hügel von Montecchio, südwestlich Sarnico, ist (sowohl nach Höhenlage als Verwitterung) noch eine oberste Terrasse, auf der das Schloss selbst liegt, zu konstatieren: die Terrasse der dritten, ältesten Eiszeit. (?) Und es liegen hier am Hügel von Montecchio Decken-, Hoch- und Niederterrassen-Schotter schön übereinander.

Die oberste Terrasse, ca. 10 m höher gelegen als die mittlere, gehört der älteren Vergletscherung an. Das Material ist stark verwittert und die Ferettisierung weit vorgeschritten und sehr typisch.

Auf dem rechten Glioufer ist sie bei Cerche angedeutet, auf dem linken in zwei Stufen nachgewiesen, die einander parallel sich von Capriolo gegen Zocco und Spina hinziehen.

b) Jüngere Eiszeit.

1. Endmoränen. Charakterisierung.

Von den fünf der jüngeren Eiszeit angehörigen Moränen-Ringen ist der äusserste der schönste und charakteristischste, er zieht sich von Adro, wo er am Ammonitico rosso aufsetzt, über Erbusco, S. Stefano, Bornato bis Sergnana, um auch hier wieder an die Juraberge sich anzulehnen. Von Erbusco bis Pedergnano ist er doppelt.

Diese hufeisenförmige Endmoräne hat einen Radius von 6 km, eine ungefähre Länge von 12 km und ist ca. 800 m von der äusseren Moränenzone entfernt. Die Moräne, wenig unterbrochen, ist eine der schönsten Wallmoränen der Südseite der Alpen mit einer Breite von ca. 1000 m, fällt nach innen steiler ab als nach aussen, grossblockig (mehrere m^3). Auf der Ostseite mehr Oberflächenmaterial, Bindemittel sandig. Ungeschichtet, bildet beim Durchbruch des Fosso Longherone (bei S. Stefano und Bornato) steile

Blockhalden mit stark gekritztem und geschrammtem meist gerundetem Material.

Nordwestlich von Monte-Rotondo ist die Moräne terrassiert (drei Terrassen), mit zahlreichen grossen Blöcken übersät und kleinem 50 m langem Moränenteiche, der mit Blöcken angefüllt ist.

Die zweite Endmoräne, die Borgonatomoräne, beginnt im Westen bei Nigoline und erstreckt sich über Borgonato bis nahe südwestlich Fontane. Sie liegt im Westen dem Lias der Monte-Alto-Kette an und bildet eine niedrige, aus ca. 30 m hohen Wällen zusammengesetzte, zum Teil doppelte ca. 8 km lange Hügelkette. Das Castell von Borgonato liegt auf einem solchen Moränenhügel. Westlich von Borgonato sind die Wälle flacher und breiter und meistens bebaut. Viel geschrammtes Grundmoränenmaterial, speziell auf der Ostseite, grosse Blöcke seltener.

Die dritte Endmoräne erstreckt sich ca. 1 km südlich Colombaro vom Hang des Monte-Alto über Grumi bis la Chiusa, ca. 6 km lang, in der westlichen Hälfte nur noch durch erratische Blockanhäufungen angedeutet. Wälle sind schildförmig, das Material verschwemmt und meist kleiner, Bindemittel sandig-lehmig.

Die vierte Endmoräne nach der äussersten, die schönste des Amphitheaters, die Timolinemoräne, zieht sich von Colombaro im Westen über Timoline nach Osten bis Provaglio. Ca. 6 km lange typische Wallmoräne, Grundmoränenmaterial, bis Kbfuss Grösse, ungeschichtet, sandiges Bindemittel.

Von Provaglio bis Timoline ist die Moräne häufig unterbrochen, hat eine Breite von ca. 200 m und erhebt sich ca. 30 m über die Ebene. Von Timoline bis Colombaro laufen die Wälle ziemlich ununterbrochen an Breite zunehmend; Steilabfall wie gewöhnlich nach Nord.

Die fünfte, letzte und kleinste ist die Moräne Iseo-Clusane. Von Iseo ca. 2 km westlich nur durch einzelne Erratica bezeichnet, setzt sie sich bis Clusane in einzelnen kleineren Wällen fort. Wenig Grundmoränenmaterial bis zu $^1/_2$ m^3 Grösse. Ungeschichtet, sandig-kalkiges Bindemittel.

2. Mittel- und Seitenmoränen.

Das Amphitheater vervollständigen noch eine Mittelmoräne und zwei Seitenmoränen.

Die Mittelmoräne von Borgonato, die sich direkt südlich ca. $1^1/_2$ km weit erstreckt, bildet einen schönen Wall von ca. 30 m

Höhe und 700 m Breite. Material meist gerundet und geschrammt, mit einzelnen Blöcken bis m^3 Grösse, lehmiges Bindemittel, ungeschichtet.

Die Ufermoränen liegen östlich und westlich des Amphitheaters auf dem anstehenden Lias.

Die östliche, eine jüngere Rückzugsmoräne, geht von Iseo längs der Strasse nach Brescia über Provaglio bis nahe westlich Sergnana, meist nur durch erratische Blöcke bezeichnet. Die westliche auf der Monte-Alto-Kette von süd-westlich Clusane in einer Höhe von ca. 400 m bis Adro, bildet oberhalb Clusane bei Belvedere eine schöne Wallmoräne[1]), die aber weiter nach Süden ihren Charakter verliert und nur noch Blockhalden bildet mit hauptsächlich sandigen Einlagen. Material meist eckig, Kopf bis m^3 gross.

3. Terrassen.

Am besten entwickelt ist die der jüngeren Eiszeit am Iseosee entsprechende Terrasse, die mittlere, 35 m über dem Oglio gelegene Terrasse (vide Karte), die oft eine bedeutende Breite annimmt. Es liegen z. B. auf dieser Terrasse rechts des Oglio: Tagliuno, Cividino Palazzolo (wenigstens der obere Teil), S. Fermo, nördlich von Palosco.

Die untersten Terrassen am Oglio hinunter, ca. 20 m über Oglio und ca. 12 m tiefer als die mittlere, die der jüngeren Eiszeit entspricht, sind Erosionsterrassen, aber bei weitem nicht so schön entwickelt als die mittleren und bilden manchmal nur den Absturz gegen den Oglio (vide Karte). Die mittlere Terrasse ist schön entwickelt bei Credaro, unterhalb Tagliuno, bei der Eisenbahnbrücke von Palazzolo und doppelt von Palazzolo bis hinunter nach Palosco. Ebenso auf dem linken Ufer von Pontoglio bis gegen Palazzolo, von Cna Poffada bis Cna Stefano, bei Moltore und C. Masnadura.

4. Ablagerungen zwischen den Wällen.

Zwischen den Wällen herrscht sandige Grundmoräne vor. An manchen Stellen, wie nordwestlich und südlich von Borgonato, sind fluvioglaciale Kiesbänke abgelagert, mit etwas Schichtung und Fallen nach aussen. Ferner sind fluvioglaciale Kiesbänke südwestlich Provaglio mit meist sandig-thonigem Bindemittel. Auf der Ostseite ist

[1]) Nach Sacco rührt diese Moräne von einem kleinen Arm des Hauptgletschers her, der über Belvedere in einer Höhe von ca. 400 m, Corno Pendita freilassend, durch die Thaleinsenkung sich hinunter gegen Paratico zog.
(Apparato morenico del Lago d'Iseo pag. 25.)

die Facies mehr sandig, auf der Westseite mehr thonig. Erratische Blöcke vereinzelt und quartierweise nicht selten.

Auch Lehmlager finden sich zwischen den Wällen, die zum Teil ausgebeutet werden. Auf der Ostseite nur eines, östlich Fontecolo, auf der Westseite dagegen vier: hart südlich Cremignane und Colombaro, östlich Grumi und südöstlich Torbiato. Auf der Westseite befinden sich im ganzen mehr Verschwemmungsprodukte und sind die Wälle im Westen des Amphitheaters lange nicht so schön erhalten wie auf der Ostseite.

5. Anstehendes innerhalb der Endmoränen.

Östlich Cremignane ein Drum aus glacialer Nagelfluh einer älteren Gletscherzeit; kräftige Schrammen direkt südlich verlaufend, beweisen auf dem ca. 1 km langen und 100 m breiten Felsrücken die Berührung mit dem Gletscher.

Bei Casina Badrio, südlich Colombaro, Rund-Höcker mit Kern von grauem Liaskalk.

Ferner in Borgonato im Hofe des dem Herrn Berlucchi gehörigen Anwesens anstehender Liaskalk, der wohl auch den Kern zu der mit einer kleinen Villa gekrönten Anhöhe nebenan bildet.

B. Moränen am Iseosee.

Moränenlappen mit Bergmoränen.

Auf der Ostseite des Sees, oberhalb Iseo, bis zu einer Höhe von ca. 700 m ist das Terrain mit Moränenschutt bedeckt, auf dem sich in einer Höhe von ca. 600 m eine mächtige Wallmoräne lagert, die Moräne Pianissi-Palazzina; fällt nach Süden $2^1/_2$—$3^1/_2{}^0$ entsprechend der äusseren Endmoräne der jüngeren Vergletscherung. Sie ist terrassiert, enthält schöne Aufschlüsse, eckiges Material, Kopf bis cbm Grösse vorherrschend, lokal zu festem Conglomerat verkittet, Bindemittel lehmig. Bei Palazzina stösst auf diese Moräne eine zweite Wallmoräne, die mehr südwestlich verläuft, Moräne Invino — S. Teresa und wohl der älteren Vergletscherung angehört.

In seiner grössten Ausdehnung war der Gletscher so hoch, dass auch einiges von ihm transportiertes Material ins Val Foina hinunterfiel.[1])

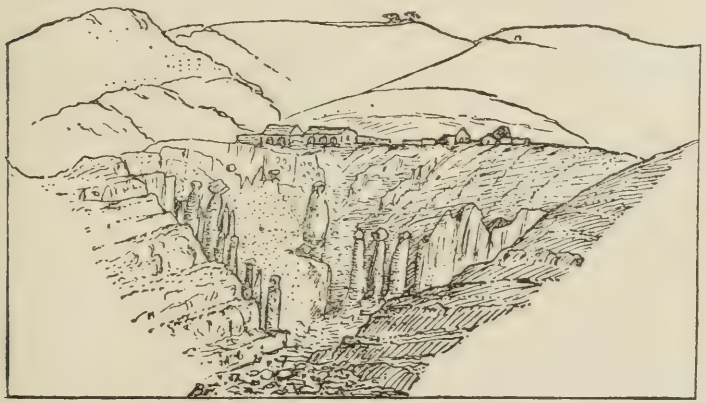
[1]) Sacco. Apparato Morenico del Lago d'Iseo. p. 23.

Notizi che nel momento di massima espansione glaciale il ramo glaciale insinuato di Invino-S. Teresa potè raggiungere la Forcella e quindi fluitare, di rei qualche ciottoto erratico nella Valle di Foina.

Etwas weiter nördlich, zwischen Sulsano und Marone, wieder glaciale Ablagerungen bedeutenden Umfangs, die ihren Höhepunkt in einer ca. 700 m über Meer gelegenen Seitenmoräne erreicht, die schönste und charakteristischste, in Einschnitten gut aufgeschlossene mit Blöcken bedeckte, durch Erosionsschluchten zerstückelte Bergwallmoräne. Rundes und vorwiegend eckiges, zum Teil grossblockiges Material, Bindemittel lehmig. Sie ist ebenfalls terrassiert.

Sacco sagt darüber:

Apparato morenico del Lago d'Iseo. p. 22. Quivi infatti si è depositata e si è ben conservata una delle più belle e pie tipiche morene insinuate, formazione che spingendosi in alto fin verso e 700 m s. l. m. vien più più degradando in una diccina di terrazze, fra sui quattro principali ampie, nettissime, profondamente incise de vari torrentelli che ne mettono a undo la caotica costituzione e ne indicano la notevole potenza.



Erdpyramiden von Cislano.

Stoppani, der sie eine der schönsten Bergmoränen nennt, sagt darüber:

Stoppani Era neozoica pag. 51: Trattasi qui evidentemente di morena laterale composta e insinuata, formata di dodici cordoni, ossia di dodici morene fuse in una alla base, in corrispondenza a dodici periodi di regresso e di sosta del antico ghiacciajo del lago d'Iseo.

Auch die Isola inmitten des Sees gelegen ist, wie schon Sacco[1]) angiebt, von Glacial überzogen, mit Ausnahme der steilen Felsabstürze im Osten und Süden der Insel. Zwei schöne Wallmoränen bei Senzano (vide Karte). Wälle 80 m breit, 15 m hoch. Material meist eckig, zum Teil etwas verfestigt. Bindemittel sandig-kiesig.

Zwischen Siviano und Cure grosse erratische Blöcke abgesetzt, hauptsächlich grauer und roter Triassandstein, grüner Porphyr (4 cbm), Adamellogranit, Gneiss und Glimmerquarzit.

Auch auf dem Gipfel des Monte-Isola, ca. 600 m über Meer, sind Erratica abgelagert, und ist die Kapelle der Madonna della Seriola aus erratischen Geschieben erbaut. Auf der Insel lassen sich fünf ungeschichtete Glacialterrassen erkennen.

Monte-Isola und speziell die beiden kleinen Inselchen S. Paolo im Süden und Loreto im Norden werden von Salmojraghi und Sacco als glänzende Beweise gegen die Seebildung durch Gletschererosion angeführt.

Bei Cislano, oberhalb Marone ca. 600 m über Meer, mächtige Grundmoräne mit ausgezeichneten von Salmojraghi beschriebenen Erdpyramiden. Die Basis der Moräne liegt ca. 400 m über dem See. ca. 80 m mächtig, 150 m lang, 250 m breit, Bindemittel sandig-kiesig.

Das Becken von Zone und die davon ausstrahlenden Thäler sind mit erratischen Geschieben angefüllt, speziell das Erosionsthal Cislano-Marone. Das Glacial zieht sich nordwärts am Monte Aguina vorbei (1200 m) bis hinunter nach Toline am Seeufer (vergl. Karte). Zwischen Corno Trenta Passi und Corni Capreni, ca 1150 m, liegen einige erratische Blöcke.

Bei Pisogne von Govine bis S. Maria und das Val del Torbiolo hinauf bis ca. 700 m ebenfalls Moränenlappen, bei C. Minico kleine Wallmoräne, von Norden nach Süden.

Auf der Westseite des Sees bei Lovere kleiner Moränenlappen, dann von Castro westwärts Pianico-Lovere das Porlezzathal hinauf, mächtige Anhäufungen von Glacialschutt, in den die Porlezza ca. 30 m tief erodiert. Hier liegen zwischen zwei Grundmoränen die Ablage-

---

[1]) Sacco: Apparato Morenico del Lago d'Iseo pag. 23: Il Monte Isola fu certamente del tutto coperto da ghiaciaio sebinese durante il periodo del suo massimo sviluppo, giacchè vi disersai ciottoli erratici persino nelle anfrattuosità della roccia su cui è fondato il Santuario di Madonna della Seriola a circa 600 m s. l. m.

rungen des von Professor A. Baltzer[1]) beschriebenen interglacialen Seebeckens Pianico-Sellere mit den Resten einer Flora von pontischem Charakter.

Etwas weiter nach Süden oberhalb Riva di Solto ca. zwei qkm ist das Gelände mit Glacialschutt überzogen, auf dem ein ganzes Amphitheater von typischen Wallmoränen liegt. Die schönste und grösste Wallmoräne ist die von Esmate, ca. 40 m hoch und 1 km lang, dann etwas tiefer zwei Wallmoränen bei Solto, ca. 30 m hoch und zu unterst bei Sconico eine Moräne, die aus vier Strängen besteht. Rundes, geschrammtes Gestein vorherrschend, meist faust- bis kopfgrosse Geschiebe, einzelne kbm-grosse Blöcke, Bindemittel lehmig. Die Moränen verlaufen ziemlich direkt von Ost nach West und wurden vom Gletscher abgelagert, als er sich aus dem Cavallinathal zurückzog, in das er durch die Enge bei Castro und über den Rücken von Solto (den Gipfel des Monte Clenio freilassend) eingedrungen war.

Von S. Defendende nördlich gegen S. Rocco liegen grosse erratische Blöcke (Kalk, Porphyr, Gneiss, roter Sandstein) von fünf und mehr Meter Kubikinhalt.

Auch das Thal von Fonteno ist mit Glacialschutt ausgefüllt, der bis gegen Colletto (1200 m) das Terrain bedeckt. Bei Fonteno selbst grössere Massen von erratischen Blöcken, ferner bei der Santella, wo sich auch eine Conglomeratbank befindet und oben an der Grenze des Glacials bei Colletto.

Weiter südlich bei Parzanica mächtige Ablagerungen von Moränenschutt, von Bachläufen bis auf ehemalige Thalsohle erodiert, Aufschlüsse bis 30 m hoch, meist kleineres, rundes, gekritztes Material, ungeschichtet, Bindemittel lehmig. Nördlich Parzanica erratische Blöcke, die bis zur Glacialgrenze gegen S. S. Trinità, einer Höhe von ca. 800 m reichen. Bei Parzanica tritt viel Conglomerat zu Tage, besteht aus eckigem und rundem Material, fest verkittet, trägt hier den Stempel lokalen Ursprungs.

Der Moränenlappen von Parzanica hängt mit dem des Val Vigolo zusammen. Das Val Vigolo ist von Tavernola bis Marseno ca. 4 km westlich, bis zum Bronzone und Cle. del Giogo mit Glacial angefüllt,

---

[1]) Baltzer, A.: Glacialgeologisches von der Südseite der Alpen (Pianico-Sellere). Neues Jahrbuch für Mineralogie, Geologie, Palaeontologie. Jahrgang 1896. I. Band.

das speziell bei Vigolo selbst von grosser Mächtigkeit ist. Der Bach hat schöne (bis zu 30 m) Aufschlüsse blossgelegt, teils Grundmoränen, teils Oberflächenmaterial, darunter wenig Adamellogranit.

Das Glacial dehnt sich am Bronzone und C. Giogo bis zu einer Höhe von ca. 700 m aus, wo vereinzelte erratische Blöcke die Glacialgrenze bezeichnen, auch hier einzelne Conglomeratbänke.

Von Predore nordwestlich gegen C. del Giogo, bis zu einer Höhe von ca. 650 m Terrain mit Glacial bedeckt. Bei Cimacarta kleine Wallmoräne, kleines, rundes, geschwemmtes Material. Bindemittel lehmig-kalkig. Hauptbestandteil Kalk, einzelne Conglomeratbänke.

Zwischen Predore und Tevernola, ungefähr in der Mitte, 8 m oberhalb der Strasse, die sich am See hinzieht, ist der vielbesprochene und umstrittene[1]) «Pozzo glaciale», ein schöner Trockentopf, der erst in neuester Zeit von Professor Sina in Tavernola ausgeräumt und dem Besucher zugänglich gemacht wurde. Der Topf hat eine Tiefe von ca. 14 m und eine Breite von ca. 5 m; es lassen sich 6 schöne, schraubenförmige Windungen erkennen. Der glaciale Ursprung des Topfes steht ausser allem Zweifel.

Ein weiterer Moränenlappen bedeckt das Val Adrara und Foresto. Von der Forcella bei Sarnico im Ost, wo die Höhengrenze des Glacials bis auf ca. 600 m festgestellt wurde, bis Capra und Adrara S. Rocco im Norden und bis nördlich Villongo, im Westen ist alles mit Glacial überzogen. Bei Villongo, rechts und links der Strasse, gegen Foresto, schöne Wallmoränen, ca. 30 m hoch, 200 m lang, sandige Grundmoräne, kleines Material mit Blockeinlagen, etwas Schichtung, fällt gegen Süd-West. Material meist Rhaet. roter und grauer Sandstein, Syenit, Amphibolgneiss und einige Adamellogranite, wohl Lokalmoräne.

Erratische Blöcke (Kalke, Gneisse, Sandsteine, Porphyre, Majolica) und einige Adamellogranite liegen in grösserer Anzahl bei Villongo, Castione, nördlich und östlich Paratico, bei Montecchio, ebenso in der Forcella bei Sarnico.

Drums mit anstehendem Kern bilden die Anhöhen von C. Masnadura, C. Portona, C. Zuane, Castello di Paratico, meist mit sandiger Grundmoräne überzogen.

Auf Anhöhe S. Onofrio, südöstlich von Paratico, in Höhe von ca. 300 m, Ritzen und Schrammen fausttief auf anstehendem Fels,

[1]) Salmojraghi. «Limnologia del Sebino» führt die Meinung einzelner an.

die sich auch kreuzen, lassen sich 2—300 m weit verfolgen in der Richtung des Gletschers Nord-Süd.

b) Moränen im Camonicathal.

1. Moränenlappen mit Bergmoränen.

Nach Sacco[1]) befinden sich im Camonicathal keine Moränen; was Endmoränen anbelangt, verhält es sich so, dagegen sind Seitenmoränen vorhanden.

Nördlich Pisogne bei Dosello kleine Wallmoräne von Nord nach Süd, bei Sonvico, ein kleinerer, bei Fraine ein grösserer Glaciallappen. Der Wildbach von Artogne mit grossen erratischen Blöcken angefüllt, die auch den Dosso dei Ghelfi und Corno Torrosella bis zu der Höhe von 1400 m bedecken. Bei Fucinè, südöstlich Darfo, ebenfalls kleiner Moränenlappen mit Fortsetzung nach Osten durch erratische Blöcke.

Rechts des Oglio, nördlich Sovere, glaciale Ablagerung ca. 1 km lang und bis zu einer Höhe von 300 m sich ausdehnend. Weiter nördlich bei Volpino weitere Ablagerung, die sich über Castel franco bis S. Vigilio, oberhalb Rogno erstreckt. Nördlich davon bei Bessino und Lago Moro zwei kleine Nord-Süd verlaufende Wallmoränen. Von Angone bis Piazzola, 50 m über der Strasse, ca. 2 km lang, fest verkittetes Glacial.

Links des Oglio, von Darfo nordwärts, bis über Breno hinaus, lagert sich eine Seitenmoräne in einer Höhe von ca. 500 m, die von Wildbächen häufig unterbrochen, bei Darfo kaum erkenntlich, weiter oben als glacialer Ueberzug auftritt und von Esine über Bienno-Breno-Breone zu einem ca. 50 m mächtigen Wall anwächst. Viel eckiges Gestein mit lehmigem Bindemittel. Ebenso liegt zwischen Breno und Prestine eine schöne Wallmoräne von derselben Struktur.

Der Bosso Cerete, der zwischen den beiden Wällen liegt, ist mit Glacialschutt überzogen, seinen Gipfel krönt ein ca. 6 m^3 fassender Adamellogranitblock.

Von Losine, etwas aufwärts, rechts und links des Oglio, viel Grundmoränenmaterial, das oft von Bergschutt überschüttet ist. In der Nähe von Edolo, bei den Boscavegno-Sennhütten, 300 m über dem Oglio, alles mit Grundmoräne überzogen, feinster, lehmiger Sand, angefüllt von Geschieben aller Grössen.

---

[1]) Sacco: Apparato Morenico del Lago d'Iseo, p. 29. In Val Camonica non travandosi notevoli resti morenici.

2. Drumlandschaften.

Das Camonicathal, rechte wie linke Seite, ist häufig von Rundhöckern bedeckt, die oft in Masse vorkommend, eine sogenannte Rundhöckerlandschaft bilden; auch sind die Seitenwände, die den Gletscher einschliessen, häufig glatt poliert.

Auf der linken Oglioseite sind Rundhöcker oberhalb Pisogne, Rovina, Minolfa, Artogne, Darfo, Esine bis Breno vielfach mit Vegetation überzogen. Bei Bienno südlich Breno sieht man eine Perlenschnur von 10 Drums, jedes ca. 100 m über der Thalsohle, in einem Abstand von 100—150 m voneinander, mit sandiger Grundmoräne bedeckt und bewachsen.

Auf der rechten Seite des Oglio, bei Rogno fausttiefe Gletscherschrammen im anstehenden Gestein, 1 m oberhalb der Strasse. Bei Capo die Lago typische Rundhöckerlandschaft mit kleinem See (Lago Moro), in einem Felsbecken. Gletscherschrammen zeigen nach Süd-West. Von Erbano bis Breno, überall diese typischen Rundungen. Die Felswände sind bis zu einer Höhe von ca. 1500 m glatt poliert. Ferner sind die Erhebungen inmitten des Camonicathales, z. B. nördlich Darfo, schöne Rundhöcker, auf der Seeseite steiler als auf der Stosseite und dort oft noch kantig, was gegen Gletschererosion spricht.

Weiter oben im Camonicathal, bei Capo di Ponte, wo der Gletscher sich durch die Thalenge durcharbeiten musste, ist alles Anstehende auf beiden Thalseiten mit Rundungen, Gletscherschliffen und oft fusstiefen Schrammen bedeckt. Ebenso finden sich bei Edolo noch viele Rundhöcker und Drums, speziell längs des Apricapasses, der vom Camonicathal ins Veltlin hinüberführt, woraus schon Stoppani und Amighetti schlossen, dass der Oglioglетscher hier mit dem Addagletscher zusammenhing.

3. Obere Grenze des Glacials.

Die obere Blockgrenze entspricht sich auf beiden Seiten ziemlich genau (vergl. Profile). Die oberste, die der älteren Eiszeit entsprechende Grenze konnte nicht scharf fixiert und von der unteren getrennt werden, sie zieht sich ca. 80—100 m über der angegebenen Linie hin. Nachdem der Gletscher das Niveau, 1200 m, erreicht, fällt er etwas rascher als bis zu diesem Punkt, leider ist es auf den Profilen des kleinen Massstabes wegen nicht zu erkennen.

Der Gletscher erreichte bei Breno eine Höhe von ca. 1700 m über Meer und 1400 m über der Thalsohle, hatte also eine Dicke von 1400 m, wie am Monte Mesullo, auf der linken und am Monte Mignore, auf der rechten Thalseite konstatiert wurde.

Die obersten Erratica, ein Adamellogranitblock (8 m^3) am Monte Mesullo und ein weisser Marmorblock (1 m^3) am Monte Mignone liegen auf einer Höhe von 1700 m.

Weiter werden Glacialgrenzen von Breno südlich konstatiert auf der linken Thalseite:

Am Monte Torrosella oberhalb Artogne mit letztem Block Adamellogranit (4 m^3) bei 1400 m.

Am Monte Pesona oberhalb Pisogne mit rotem Sandstein, Gneiss- und Adamellogranitblöcken 1250 m hoch.

An der Punta del Orto, oberhalb Iseo, mit erratischen Geschieben, Sandstein, Porphyr, Gneiss, Kalk, in einer Höhe von 650 m.

Auf der rechten Thalseite:

Am Monte Pora, oberhalb des Lago Moro, mit Sericitgneissblock (5 m^3) auf 1400 m.

Am Monte Valtero, oberhalb Lovere, roter Sandstein- und Porphyrblock (je 4 m^3).

Am Collettopass, oberhalb Fonteno, Gneissblock 1 m^3 auf 1200 m.

An S. S. Trinità oberhalb Parzanica auf 300 m: schwarzer Kalk und Gneiss.

Am Bronzone auf 750 m schwarzer Kalk und roter Sandstein.

An der Forzella bei Sarnico auf 650 m Gneiss und roter Sandstein.

Am Col Croce (Cavallina-Forestothal) auf 650 m Majolica und Sericitgneiss.

Wenn der Gletscher vom Monte Mignone, von 1700 m, bis zur Ponta del Orto auf 650 m fällt, die Thalsohle unter Ponta del Orto um 100 m tiefer ist, als unter Monte Mignone und der Weg, den der Gletscher zwischen diesen beiden Punkten durchlief, ca. 40 km beträgt, so fiel der Gletscher ca. 40 m pro km.

4. Material und Verteilung des Gesteins.

Das glaciale Material setzt sich zusammen:

a) aus krystallinen Gesteinen:

Adamellogranit, anstehend am Monte Adamello, bildet einen wichtigen und charakteristischen Bestandteil der Moränen, wird gegen

das obere Camonicathal immer häufiger und kommt, entsprechend seinem Ursprung vom Adamellomassiv her, hauptsächlich auf der linken Seite vor, rechts ganz vereinzelt. (Rogno, Fonteno, Palazzolo.)

Gneiss, Sericitgneiss, sehr häufig.

Glimmerquarzit, mit Gneiss zusammen vorkommend, ziemlich häufig, mehr links.

Quarzporphyre sind häufige und charakteristische Moränenbestandteile, kommen auf beiden Seiten vor, aber links wohl vorwaltend, entsprechend den anstehenden Vorkommnissen (Minolfa Gratacasola).

Diorit, sehr vereinzelt, auf beiden Seiten.

Amphibolit, sehr vereinzelt, auf beiden Seiten.

Felsit, grünlich, dicht, sehr vereinzelt, mehr auf der rechten Seite.

b) Sedimentgesteine:

Liaskalk, Hauptbestandteil aller Moränen im Seegebiet, sehr häufig auch in erratischen Blöcken auf beiden Seiten.

Sandsteine und Conglomerate der Trias und des Perm, sehr häufig auf beiden Seiten von Darfo abwärts.

Kieselschiefer (Dogger u. Malm), rot, dunkelgrau und grünlich, auf beiden Seiten.

Quarzit, weiss, oft bräunlich oxydiert, vereinzelt, auf beiden Seiten.

Schwarze Kalke und dolomitische Kalke (Muschelkalk), häufig auf beiden Seiten.

Rauhwacke, ziemlich häufig, stark verwittert, mehr links.

Majolica, vereinzelt, mehr rechts.

Marmor, weiss, feinkörnig (Krystallin), vereinzelt, mehr links, entsprechend seinem Vorkommen am Adamellomassiv.

Dunkle Kalke des Rhaet, sehr häufig, mehr rechts. Rhaetschiefer waren wohl weniger transportfähig?

Eisenspath anstehend, z. B. in Val Trobiolo, sehr vereinzelt, links z. B. unterhalb Zoncone.

IV. Abzweigung des Hauptgletschers.

Pianico und Cavallinathal.

Zwischen Lovere und Castro zweigte sich vom Hauptgletscher ein Arm ab, der zuerst direkt nach Westen sich wendend, von Pianico

nach Süd-Westen umbog und das Val Cavallina ausfüllte. Dieser Arm setzte das Glacial von Pianico-Sellere und Bossico ab und hing durch das das Borlezzathal herabkommende Seitengletscherchen mit dem Gletscher des Val Gandino zusammen.

Von Pianico südwestlich bis zum Lago d'Endine bezeichnen Rundhöcker, Drums, erratische Blöcke und ein kleiner Moränensee der Lago Gajano, den Weg, den der Gletscher genommen. Hier stösst mit diesem Arm auch noch ein anderer zusammen, der etwas südlich Castro um den Monte Clenio herumging und über den Bergrücken von Riva di Solto ins Cavallinathal hinabfloss. Dieser setzte auch bei seinem Rückzug das Amphitheater von Sconico-Solto-Esmate ab.

Von Endine, südwestlich auf dem Westufer des Lago d'Endine befinden sich zwei Moränenlappen, die das Gelände bis zu einer Höhe von ca. 600 m bedecken, deren südlicher, der von Spinone, sich mit dem des Süd-Ost-Ufers vereinigt und bis hinunter nach Grone reicht.

Auf dem Glacial Endine-Grone sind schöne Wallmoränen, so auf dem Lappen bei Endine, etwas südlich S. Fermo, eine Seitenmoräne in Höhe von ca. 500 m, hübsche Wallmoräne 30 m hoch und 400 m lang, kleineres, eckiges Material, hauptsächlich helle und dunkle Kalke mit etwas rotem Sandstein, Bindemittel sandig. Die Seitenmoränenwälle von Spinone und Molini di Colognola sind von derselben Struktur.

Besonders hervorzuheben sind die zwei schönen, hufeisenförmigen Endmoränen, die auch schon öfter[1]) beschrieben wurden, die von Spinone und von Grone: ca. 60 m hoch und 700 m lang, mit viel sandigem Grundmoränenmaterial bis m^3 Grösse.

Der See hatte seiner Zeit sein südliches Ende bei Grone, abgedämmt durch die dortige Endmoräne, der Cherio frass sich durch und brachte den See zum Auslaufen, später schob der Gletscher seine Zunge nur noch bis gegen Spinone vor und dämmte durch die dortige Endmoräne den See wieder auf. Auch hing wohl der Lago d'Endine mit dem weiter nördlich gelegenen Lago Gajano zusammen.

V. Alte Flussläufe.

Wie schon oben bemerkt, sind beim Oglioglетscher Endmoränen und Gletscherabflüsse in der Hauptsache getrennt; während der

[1]) Sacco, Apparato Morenico del Lago d'Iseo, p. 19. . . . a Grone, dove depositò una bellissima ed affato tipica morena terminate. p. 20. . . . depositando allora quel bellissimo arco morenico terminale su cui siede la Cna Castello e che chiude a valle l'attuale Lago d'Endine o Lago de Spinone.

Gletscher auf der Ostseite seine Endmoränen absetzte, sandte er seine Schmelzwasser auf der Westseite hinaus in die Po-Ebene. Die Hauptabflussrinne entspricht wohl dem heutigen Ogliobett, etwas weiter östlich verläuft ebenfalls eine Rinne, die durch die Anhöhe von Paratico und Castell in drei Arme geteilt, kurz vor ihrer Mündung in das heutige Ogliobett sich wieder vereinigte und, nachdem der Oglio tiefer erodiert hatte, trocken gelegt wurde.

Auf der Ostseite im Amphitheater der Endmoränen ist ebenfalls ein alter Glacialabfluss, der sogenannte Fosso Longherone. Von Nigoline-Borgonato bis Cazzago sich erstreckend, verliert er sich gegen Süden in der Ebene; der kleine Bach, der ihn jetzt durchfliesst, mündet in einen Stausee. Die Gletscherwässer, die bedeutend gewesen sein müssen, bildeten wohl eine 300 m breite, bis auf die Sohle der Moränen einschneidende Rinne, indem sie, schon während die Moräne sich absetzte, das Material wegräumten und nicht, nachdem die Moräne schon bestand, erst diese durchbrachen.

Von Bornato zieht sich bis gegen Villa eine fest verkittete Conglomeratbank hin, Uferbildung der ehemaligen Glacialrinne.

Von Sergnana, Riva und Nigoline über Adro ziehen sich ebenfalls kleinere ehemalige glaciale Wasserläufe gegen Süden (vide Karte).

VI. Interglaciale Bildungen.

1. Pianico.

Das schönste Interglacial am Iseosee und wohl überhaupt auf der Südseite der Alpen ist das von Pianico-Sellere, das schon von vielen[1]) besprochen, speziell aber von A. Baltzer[2]), der durch Rhododendron ponticum ein milderes Klima nachwies, beschrieben wurde: Zwischen zwei typischen Grundmoränen Ablagerung des durch die Versperrung der Enge von Castro wahrscheinlich durch den Gletscher und seine Ablagerungen gebildeten Stausees, bestehend in weissen, feinen Mergeln mit den schon beschriebenen Einlagen aus der Flora mit pontischem Charakter und Fauna des Diluviums.

[1]) Stoppani, A.: L'Era neozoica in Italia.

Issel, A.: Compendio di Geologia II. Band.

Amighetti: Nuove ricerche sui terreni glaciali dei dintorni del Lago d'Iseo.

Sacco, A.: L'Apparato Morenico del Lago d'Iseo.

[2]) Baltzer, A.: Glacialgeologisches auf der Südseite der Alpen und Nachtrag. (vide oben).

So schön wie bei Pianico sind die Ablagerungen im Adrara-, Foresto- und Cavallinathal nicht als interglaciale nachzuweisen. Auch diese, lakustren Ursprungs, sind Produkte der durch Moränendämme in Stauseen verwandelten keinen Thäler.

2. Adrara.

Im Adrarathale, etwas westlich Sarnico, an der Mündung des Nembrathals bei Fornaci befindet sich ein Lager von Bänderthonen; gelbe und braune Schichten wechseln mit graublauen. Hier wurden Reste von Bos und Cervus gefunden[1]), sowie Reste von Mollusken, die nicht näher zu bestimmen sind, ebenso Einlagen von Torfschichten.

Etwas weiter südlich an der Ausmündung des Adrarathals bei Villa Rochetta liegen ebenfalls diese Bänderthone, in die die Guerna erodiert; ca. 100 m mächtiger Aufschluss von derselben Struktur wie bei Fornaci. Die Thone lassen sich abblättern und haben oft Einlagen von feinem Quarzsand. Darüber liegt typische, lehmige Grundmoräne, oft fest verkittet. Auch hier dieselben Reste von Süsswassermollusken, in perlmutterartigen Schalenresten und dieselben Torfeinlagen. Auch hier Reste von Bos.[2])

3. Foresto.

Westlich davon bei Vidongo am Ausgang des Forestothales legt die Odria fünf schöne Aufschlüsse in die dortigen Bänderthone frei: 20—30 m Höhe, von derselben Struktur wie die von Val Adrara, mit Torfeinlagen, unbestimmten Resten von Süsswassermollusken und andern Resten.[3])

4. Cavallinathal.

Im Cavallinathal, nördlich Grone, im ehemaligen erweiterten Seebecken des Lago d'Endine, ebenfalls ein Lager von Bänderthonen, von derselben Struktur, aber ohne Einlagen, sandige Grundmoräne darüber.

---

[1]) Sacco: Apparato morenico del Lago d'Iseo. p. 11. Vi si vinvennero resti di Bos e di Cervus.

[2]) Sacco: Apparato morenico del Lago d' Iseo. p. 12. . . . verteboe ed arti di Bos che furono attribuiti al B. primigenius, ma sulla cui determinazione specifica credo debbensi ancora mantenere dubbi.

[3]) Amighetti: Nuove ricerche. p. 70. . . . nelle marne di Val Foresto is trovano denti di Squali ed altre ossa di Mammiferi!

VII. Geschichte des Iseogletschers.

Wie alle unsere Gletscher entstand auch der Ogliogletscher zur Diluvialzeit infolge jener grösseren Klimaschwankungen, die wir Eiszeiten nennen. In dem Masse, als die Firnmassen in den Nährgebieten der lombardischen Alpen sich infolge vermehrter Niederschläge bei etwas geringerer Temperatur wie heute anhäuften, bewegte sich der Gletscher mit seinen Zuflüssen durch das Camonicathal hinaus in die Ebene und gelangte zuletzt bis in die Gegend von Palazzolo und Rovato, wo ihm die zwischen beiden Orten gelegene Monte Orfano-Kette Halt gebot.

Hauptsächlich vom Adamellomassiv ausgehend füllte er das ganze Camonicathal aus, hing bei Edolo durch den Apricapass mit dem Addagletscher zusammen, empfing alle im Areal des Gletschers schon angeführten Seitengletscher und setzte draussen in der lombardischen Ebene seine Moränen ab.

Beim Iseogletscher sind zwei Eiszeiten zu unterscheiden: die Höhe von Montecchio als oberste Terrasse (Deckenschotter?) gehört vielleicht der ältesten Vergletscherung an (?). Der Schutt der ältesten Eiszeit wurde von dem der folgenden Eiszeit grösstenteils zugedeckt und nur der angeführte Punkt ragt noch aus dem Schutt der beiden jüngeren Eiszeiten hervor.

Ein Interglacial zwischen der dritten und zweiten Eiszeit war nicht nachzuweisen.

Hierauf folgte die zweite (grosse) Eiszeit:

Ein Arm des Gletschers setzte bei Pianico die untere Grundmoräne ab, versperrte durch seine Ablagerungen die Enge von Castro, das Cavallinathal durch die Wallmoräne von Grone, ebenso das Adrara- und Forestothal; die gesperrten Thäler wurden Stauseen, in deren Schlamm sich die schon beschriebenen Einlagen finden; später frassen sich die Bäche durch und brachten die Seen zum Auslaufen. Der zweiten Eiszeit gehören auch die oberste von den beiden Seitenmoränen oberhalb Sale-Marasino, sowie die Seitenmoräne Invino S. Teresa oberhalb Iseo und die beiden im Amphitheater schon beschriebenen äussersten Moränenringe an. Bei seinem Rückzug verschwemmten die Gletscherwasser die abgesetzten Endmoränen und blieben auf der Ostseite nur noch die beiden äussersten Ringe. Auf der Westseite wurden sie vollständig verschwemmt und bildeten die am Oglio sich hinunterziehende obere Akkumulationsterrasse (vide Karte). Als Verschwemmungsprodukte der zweiten Eiszeit wären wohl noch zu nennen das Conglomerat von Cremignane, Sergnana und Pianico-Sellere.

GEOLOGISCHES KÄRTCHEN

der Glacialen Ablagerungen

des untern diluvialen

OGLIOGLETSCHERS

von B. Moebus.

Ablagerungen der ältern Eiszeit allmählich in Fluvioglacial und ausserhalb der Karte in Kies übergehend.

Ablagerungen der jüngern Eiszeit.

Terrassen der ältern Eiszeit.

Terrassen der jüngern Eiszeit.

Wall- (End-, Mittel-, Seiten-, Ufer-) Morânen.

Interglaciale (Blätter, Conchylien und Torf führende) Schichten.

Erratische Blöcke.

Glaciales Konglomerat der ältern Eiszeit.

Lehmlager.

Alte Flussläufe glacial . . .

D Drum.

R Rundhöcker.

Gletscherschrammen auf ausstehendem Fels.

1700 1200 Oberste Blockgrenze.

M. Pora

M. Arto

Darfo

Gratacco

Monte Camplano

Rossico

LOVERE

PISOGNE

Castro

Endine

Riva di Sotto

Vello

Marone

Tavernola Bergamasca

Pesciera Maraglio

Predore

Villongo

SARNICO

Clusane sul Lago ISEO

Paratico

Calepio

Telgate

Torbiato

Cazzago S. Martino

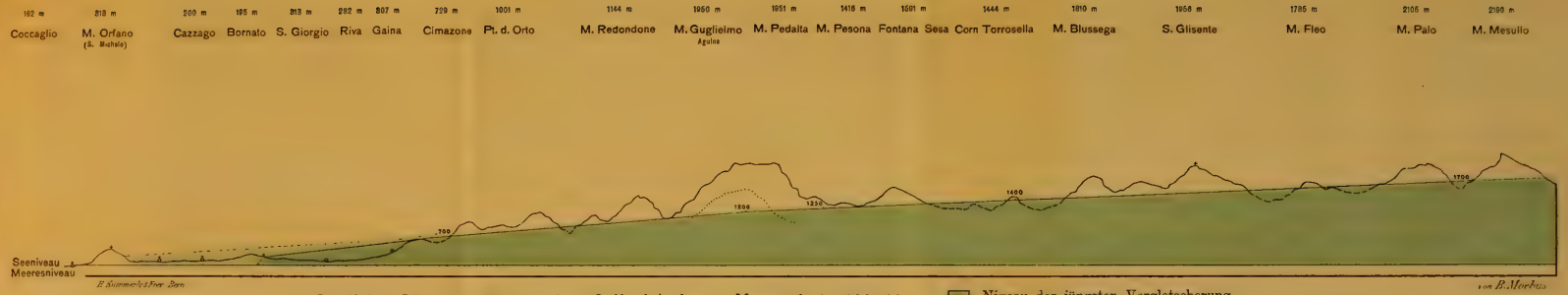
Rovato

Palosco

Comun Nuovo

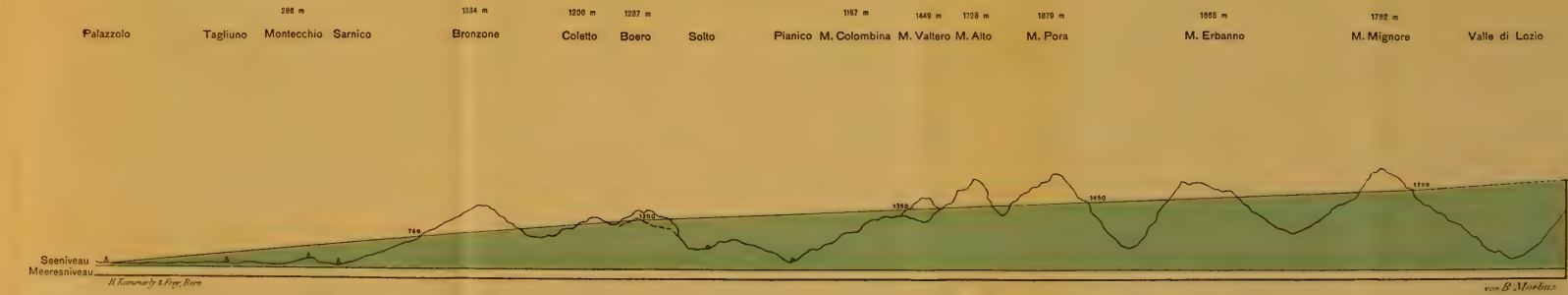
Pontoglio

Riproduzione riservata



Oestliches Längenprofil des alten Oglioglетschers. Massstab 1 : 133 000.

Niveau der jüngsten Vergletscherung.
Niveau der älteren Vergletscherung.



Westliches Längenprofil des alten Oglioglетschers. Massstab 1 : 133 000.

Niveau der jüngsten Vergletscherung.

Nun ereigneten sich eine oder mehrere langanhaltende Trockenperioden, bzw. Klimaschwankungen, infolge deren der Gletscher sich bis in seine Stammthäler zurückzog. Flora und Fauna drangen in das bis jetzt vereist gewesene Gebiet ein, wo sich mit der Zeit ein milderes Klima entwickelt haben musste, denn wir finden in den Ablagerungen der Stauseen neben Resten von Bos und Cervus auch solche von Elefas meridionalis und Rhinoceros Merckii und neben Eichen- und Ahornblättern auch Rhododendron ponticum L.

Hierauf erfolgte wieder eine grössere Klimaschwankung, und der Gletscher drang wieder bis in die Ebene hinaus. Er legte all das viele Moränenmaterial ab, das rechts und links des Oglio und Iseosees als Moränenlappen bezeichnet ist (vide Karte), und drang nicht weiter vor als bis in die Gegend der hufeisenförmigen Endmoräne Adro-Bornato-Cazzago, die er absetzte. Der Mächtigkeit dieser Moräne nach zu schliessen, blieb der Gletscher lange Zeit auf diesem Niveau; dann zog er sich in vier Abstufungen bis zum Iseosee zurück, wo er noch eine kleine Endmoräne absetzte, um sich dann sehr rasch, wie dies bei den andern Gletschern auch der Fall war, in seine Stammthäler zurückzuziehen, im Camonicathal keine Endmoräne hinterlassend. Der Arm, der durch das Cavallinathal hinabging, setzte das dortige Glacial ab und dämmte den See bei Spinone durch die dortige Endmoräne ab. Dieser Arm zog sich früher zurück als der Hauptgletscher von der Ebene südlich, verweilte aber dafür längere Zeit auf dem Rücken von Riva di Solto-Esmate und setzte das dortige Moränen-Amphitheater ab. Diesmal verschwemmten die Schmelzwasser des sich zurückziehenden Gletschers, vorwiegend die Moränen auf der Westseite, die untere Akkumulationsterrasse, am Oglio hinunter bildend (vide Karte).[1])

Das Amphitheater am Iseosee ist so schön wie das des Gardasees, aber auf kleinerem Raum zusammengedrängt.

[1]) Die bekannte Bedeutung der Gletscher für die Landwirtschaft, indem sie einerseits als mechanische Zerkleinerungsapparate wirken, anderseits natürlichen Mineraldünger (Phosphorsäure, Alkalien) zuführen, ergiebt sich hier in ganz ungewöhnlichem Grade aus der Fruchtbarkeit der Moränenlandschaft.

Die ehemalige Existenz des Oglioglетschers ist für die heutigen Bewohner des Iseosees von direkt materiellem Wert, indem der Gletscher durch Anhäufung seiner lehmigen Grundmoräne den Boden undurchlässig machte und so die mächtigen Torflager, die grössten in Oberitalien, am Iseosee zur Entstehung brachte. Wie anderwärts.

Eine chemische Untersuchung*) des Ferretto ergab folgende Resultate:

Kieselsäureanhydrid	75,8 %
Eisenoxyd	3,7 %
Aluminiumoxyd	15,6 %
Calciumoxyd	1,4 %
Hygroskopisches Wasser	0,8 %
Chemisch gebundenes Wasser (Kohlensäure und org. Substanz) . . .	2,6 %
	99,9 %

Magnesia, Kali, Natron, Chlor ist nur in Spuren, Phosphorsäure in etwas grösserer aber immerhin geringer Menge auf Grund der qualitativen Prüfung in dem Boden vorhanden.

*) Die Analyse wurde von Herrn Dr. Hanke an der K. Württ. landwirtsch. Versuchsstation Hohenheim ausgeführt, dem ich hiefür bestens danke.

Der Verf.

A. Baltzer.

Nachlese zur Geologie des Aarmassivs.

(Eingereicht Anfang September 1901.)

1. Ueber die mechanische Umwandlung des Kalksteins in Marmor.

Seitdem ich 1873 die Beschaffenheit des Lochseitenkalks auf mechanische Metamorphose zurückführte und 1877[1]) die Berneroberländer Marmore entsprechend erklärte, ist diese Anschauungsweise vielfach acceptirt worden; nur wurde zum Theil die chemische Mitwirkung des Wassers als nothwendig angesehen.

So haben Zaccagna und Lotti dieses Prinzip auf den Marmor von Carrara angewandt; Heim führte Fälle solcher Umwandlung aus der Tödigruppe auf. Die Marmore des Urserenthales (weisse Marmore und Cipolline) wurden dann von mir hierher gerechnet; desgl. von Heim die umgewandelten Lias-Kalke in Bündten. Wohl gehören auch viele Marmore des Rhonethales (z. B. der Cipollin von Seillon), ferner wahrscheinlich der Marmor der Mailänder Dombrüche bei Ornavasso, endlich die vorzüglich feinkörnigen, pentelischen und andere griechische Marmorarten hierher.

Vom Marmor-Eruptiv-Contakt unterscheidet sich der mechanische Contakt durch folgende Punkte:

1. Letzterer steht in anderer räumlicher Beziehung zu den Eruptionsgesteinen, d. h. tritt nicht an der Grenze derselben auf, sondern an denjenigen Stellen, wo seitliche Pressung und Belastung am stärksten waren. Daher ist solche Marmorbildung von ungestörten Gebieten bisher nicht bekannt geworden.

[1]) Ueber die Marmorlager am Nordrand des Finsteraarhornmassivs. Neues Jahrbuch, pag. 673.

2. Contaktmineralien fehlen nicht ganz, aber sie treten sehr zurück. Granat und Vesuvian (Predazzo, Adamello u. s. w.) sah ich in solchen Marmoren nicht, dagegen Glimmer und besonders sind rothe und grüne Thonerdesilikate in Form von Lappen oder Häuten sehr gewöhnlich. Höhere Temperatur hat also nicht mitgewirkt.

3. Während die mir bekannten Marmor-Eruptivcontaktbildungen scharf abgesetzt und begrenzt sind (Predazzo), ist es der mechanische Contakt nicht, hier sind die Grenzen der Umwandlung verflossen. (Grindelwald etc.)

In der Sammlung des geologischen Instituts von Bern habe ich 3 Reihen der Umwandlung aufgestellt, wobei jedes folgende Handstück die fortschreitende Marmorisirung zeigt.

Erste Reihe: Marmorbreccie. Gewöhnlicher, schwarzer Malmkalk wird an einer für die Umbildung empfänglichen Gebirgsstelle in loco zerdrückt (Primärbreccie) und umgewandelt. Die Bruchstücke werden in Folge der Oxydation der schwarzen, kohligen Substanzen, grau oder röthlich und feinkrystallinisch. Zwischen den Bruchstücken erscheint nun eine intensiv braunrothe oder grünliche, oft schimmernde Thonerdesilikatflaser mit den Merkmalen starken Drucks (Frictionsstreifen, Quetschung). Schliesslich resultirt die bekannte intensiv gefärbte Breccie (Typus Grindelwald, Seitenwängen, Schwarzwaldgletscher etc.)

Zweite Reihe: Marmorschiefer. Ausgangspunkt ist der schiefrige Malm, besonders die Birmensdorferschichten; auch schiefriger oberer Malm (Tithon), d. h. Gesteine, die einen primären Thongehalt und hellere Farbe haben. Es treten, successiv stärker gefärbt, gelbliche und röthliche Lagen auf; sodann, was besonders charakteristisch ist, reichlicher, häufiger, jene Lagen tapezierender Sericit. Schliesslich bildet sich ein lebhaft bunt gefärbter Marmorschiefer heraus. (Urbachthal.)

Meine zahlreichen Dünnschliffe zeigen häufige Zwillingsbildung, was nach Link allerdings auch schon beim Druck des Dünnschleifens entstehen kann. Letzterer erklärt jedoch nicht die gebogenen Zwillings-Lamellen. Die Fältelung dieser Marmore gehört zum zierlichsten, was man sehen kann, ist übrigens ja auch macroscopisch bekannt genug. Die beobachteten Risse (geheilte und ungeheilte) genügen keinesfalls, um die Faltung durch blosse Verschiebung zu erklären, was ich schon an der Salzburger Naturforscherversammlung vor ca. 20 Jahren demonstrirt habe.

Dritte Reihe: Weisser und röthlicher Marmor. Derselbe entsteht aus den reineren, compakten Kalken, welche die bei der ersten Art vorkommende Zertrümmerung nicht erlitten haben. Die Farbe wird durch grau oder röthlich allmählig weiss, das Korn verwandelt sich vom dicht- in fein- und mittelkörnig. (Eigerabstürze bei der kleinen Scheidegg, Dossenhorn, obere Kalkkeile des Laubstock und Pfaffenkopf.)

Es versteht sich von selbst, dass neben metamorphem Marmor in unserem Gebiet auch ausserordentlich viel gewöhnlicher, grauer und weisser Marmor in Adern, Nestern, Klüften, Lagern vorkommt, der durch Sekretion entstanden ist.

Um diese Vorkommnisse handelt es sich hier nicht, sondern um die Marmorbildung durch molekulare Umgruppirung auf mechanischem Wege, wie ich sie seit 28 Jahren vertrete. Auf Grund der in Zirkels Petrographie angegebenen Zahlen mag hierbei die Korngrösse um ca. mindestens das dreissigfache zunehmen, bei unseren weissen Marmoren noch mehr, da sie an Feinheit des Korns dem pentelischen Marmor nicht gleichkommen.

Dass die Grindelwalder Breccie auf nassem Wege durch Umwandlung entstanden sei, erscheint mir wenig wahrscheinlich. Gebildet wurde sie doch unter einer compakten Gesteinsdecke, als das Gletscherthal noch nicht bestand. Wie soll ein solcher massiver Kalkklotz in loco sich durch Wasserlösung durch und durch krystallinisch umwandeln? Dazu genügt die blosse Bergfeuchtigkeit nicht, zudem ist die Ubiquität des Wassers nur ein Glaubenssatz; es gibt viele durchaus bergtrockene Stellen. Bei solcher Entstehungsweise müsste doch auch reichlich krystallinischer Kalkspath in Drusen auftreten, ferner grobkörnige und blättrige Partien; hier sieht man nur Feinkörnigkeit, und es sind die einzelnen Bruchstücke nicht durch Kalkspath verbunden.

Die molekulare Umgruppirung durch Pression ohne Lösung hat Analogien in der Paramorphose (Schwefel), in den Druck-Zwillingsbildungen des Kalkspaths, der Feldspathe u. s. w.

Zur Erklärung der bunten, häufigen Thonerdesilikate werden Viele an Infiltration eisenhaltiger Lösungen denken; vielleicht sogar an Thermalwirkungen von unten, die aber hier ausgeschlossen sind. Die Zufuhr von Eisen aus dem braunrothen Eisenoolith des oberen Doggers ist wegen dessen Entfernung wenig wahrscheinlich. Ich glaube

aber auch hier, dass dass Substrat dieser Substanzen[1]) als Thon schon vorher im Kalk vorhanden war. Bei den Marmorschiefern ist dies einleuchtend, da sie ja aus thonigen Kalken entstehen. Ueber den Thon- und Eisengehalt von Kalken des oberen Malm und anderen Kalken machte ich früher Angaben.[2]) Aber auch die reinen Kalke können solche Substanzen enthalten, wie bekanntlich die aus Majolica, Liaskalken und Aptychenschiefern entstehende Terra rossa beweist. Auch sind die ausgewalzten Häute der Thonsilikate in viel geringerer Menge vorhanden, als es den Anschein hat. Sie gingen vielleicht erst durch chemischen Umsatz aus dem mechanisch beigemengten Thon hervor.

In neuerer Zeit ist in Grindelwald die schon im 18. Jahrhundert zu Gruners Zeiten geübte Marmorgewinnung, zur Herstellung von Grabsteinen, Tisch- und Kaminplatten, Consolen etc., im kleinen Maasstab wieder aufgenommen worden.

Der Marmor wird am unteren Gletscher auf dem sogenannten unteren Schopf oberirdisch abgebaut: auch wurde ein ca. 30 m tiefer horizontaler Stollen getrieben. Dabei kann man nun besser wie früher die mannigfaltigen Uebergänge von Kalkstein in Marmorbreccie beobachten.[3])

Das gewonnene Material hat bei der inneren Ausstattung des Bundeshaus-Mittelbaues in Bern Verwendung gefunden.

2. Ueber die aplitische randliche Facies des Protogins an der Mieselen (Lauteraargletscher).

Wie früher von mir[4]) beschrieben, nimmt der Protogin gegen die angrenzenden Sericitgneisse zu makroscopisch eine feinkörnige Structur und hellere Farbe an. Die Feinkörnigkeit ist über grosse Strecken gleichförmig verbreitet; die hellere Farbe rührt vom Zurücktreten des nur noch punktförmig erscheinenden Biotits her.

Die mikroscopische Untersuchung ergab ein allotriomorphes Gemeng von vorwaltend Orthoklas und Quarz, wenig Microclin, sehr wenig z. Th. sericitisirtem Biotit, wenig Plagioklas.

[1]) Ich nenne sie vorläufig, bis ich genügendes Material zu einer Analyse habe, Thonerdesilikate.

[2]) Glärnisch etc. p. 50.

[3]) Wer eine solche Suite beziehen will, kann dies durch Lehrer Beck in Grindelwald bewerkstelligen.

[4]) Liefg. XXIV 4. Th. d. Beitr. z. geol. Karte d. Schweiz, pag. 57.

Quarz und Feldspathindividuen z. Th. ineinander verzahnt. Kataklase der Gemengtheile beträchtlich.

Somit ist das Gestein vom Aarmassiv-Protogin mit Ausnahme der Feinkörnigkeit nicht wesentlich verschieden, wie der mikroskopische Vergleich mit Granit von gegenüberliegendem «Abschwung» ergibt, der die Kataklase mindestens ebenso stark zeigt. Es ist demnach als eine primär schon feinkörnig ausgebildete, saure Granitfacies, über die dann später die Dynamometamorphose hinwegging, zu betrachten. Nun ist allerdings dieser Aplit weder panidiomorph noch zeigt er Muscovit in Blättchen[1]), allein es rührt dies wohl nur her von seiner Abstammung vom Protoginmagma und den ähnlichen Bedingungen der Enstehung und Umwandlung. Man kann für ihn die Bezeichnung Protoginaplit gebrauchen.

Wo er an den sogenannten Sericitgneiss stösst, tritt die eigenthümliche, schon von Studer und Escher beschriebene, als Siebengang bezeichnete Gangbildung auf, so benannt, weil sie, hoch oben an der Wand vom dunklen Gneiss sich lebhaft abhebend, eine 65 m hohe und 14 m breite Ziffer Sieben darstellt.

Das Gestein derselben ist wieder mehr protoginähnlich d. h. grobkörniger als der Aplit; Rutschflächen, Zerklüftung, deuten auf starke Pressung. Mikroskopisch hat es im Ganzen mit dem Protogin grosse Aehnlichkeit, nur ist Microclin reichlicher vorhanden. Der Orthoklas ist ferner oft stark verbogen und zeigt Drucklamellen. Kataklase, wie bei Aplit. Wiewohl hübsche Mörtelstructur auftritt, ist das Gestein doch noch weit von einer Breccie entfernt, auch zeigt sich dieselbe Mörtelstructur beim Abschwunggranit. Der Biotit ist deutlicher in Lappen und Strähnen entwickelt.

Diesen Gang habe ich früher[2]) als eine durch unter hohem Druck erzeugte mechanische Ausstülpung, also als pseudoeruptiv bezeichnet; ich bin indessen schon seit längerer Zeit von diesem Irrthum zurückgekommen, was auch für die ähnlichen Gänge[3]) am Lauteraargrat gilt. Die echt eruptive Natur ergibt sich, abgesehen von den intrusiven Formen, aus dem mikroskopischen, nicht dem einer Breccie entsprechenden Bild. Davon wird indessen der Typus der mechanischen,

---

[1]) Rosenbusch: Mass'ge-Gesteine.

[2]) loc. cit. pag. 68 und Neues Jahrbuch 1885, II. p. 25.

[3]) Lfg. XXIV der Beiträge, Tafel V, Fig. 11.

pseudoeruptiven, gangartigen Bildungen, wie er im Aarmassiv auftritt, nicht berührt.

Merkwürdig und unerklärt bleibt am Siebengang das gröbere Korn, nachdem doch aller Aplit ringsherum gleichmässig feinkörnig ist.

Das Nebengestein des Ganges, bisher als Sericitgneiss bezeichnet, zeigt Spuren der eruptiven Einwirkung, die schon Escher anführt. Mikroskopisch besteht es aus Orthoklas, Quarz, Biotit, wenig Epidot. Der vorwiegende Orthoklas ist grossentheils sericitisirt. Die Kataklase ist stärker wie beim Aplit entwickelt.

Der Astronom Tycho Brahe.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 9. November 1901.)

Am 24. Oktober dieses Jahres (1901) waren 300 Jahre verflossen seit dem Tode des dänischen Astronomen Tycho Brahe, des grössten beobachtenden Astronomen seiner und der nächstfolgenden Zeit, welcher als der Begründer der neueren messenden Astronomie und als Reformator der Beobachtungskunst in der Geschichte der Himmelskunde eine hervorragende Stellung einnimmt.

Tycho Brahe wurde als Sohn einer alt adeligen Familie am 14. Dezember 1546 zu Knudstrup in Schonen geboren. Kurz vorher, im Jahre 1543, war das unsterbliche Werk des Nikolaus Copernikus «De revolutionibus orbium cœlestium», — «von den Umwälzungen des himmlischen Weltalls», — welches ein neues Weltsystem lehrte, erschienen und in die Jugendzeit Tychos fällt der Beginn der Kämpfe, welche diese neue Kopernikanische Weltanschauung mit der alten Ptolemäischen zu bestehen hatte. Schon 1400 Jahre lang hatte das Weltsystem des alexandrinischen Astronomen Claudius Ptolemäus (circa 130 n. Chr. Geb.), trotz seiner gänzlichen Unrichtigkeit, unangefochten bestanden. Nach demselben steht die Erde vollkommen ruhend im Mittelpunkt des Weltalls; eine Alles umfassende Sphäre, das sog. primum mobile, führt Fixsterne, Sonne, Mond, Planeten und Kometen in 24 Stunden um die Erde herum. Daneben bestehen noch einzelne Sphären, in denen die besondern Bewegungen von Sonne, Mond und Planeten stattfinden. Sonne nud Mond laufen direkt in excentrischen Kreisen um die Erde, die Planeten dagegen in Epicykloiden. Man dachte sich nämlich den Planeten mit gleichförmiger Geschwindigkeit auf einem kleinen Kreise, dem sog. Epicykel laufend; der Mittelpunkt desselben bewegte sich hinwiederum mit gleichförmiger Geschwindigkeit und in gleicher Richtung wie der Planet selbst auf der Peripherie eines zweiten Kreises, des Deferenten, dessen Zentrum im Mittelpunkt der Erde lag. Auf diese Weise erhielt die Bahn des Planeten soviele Schleifen und

Tycho Brahe

(1546—1601)

Aus **Tychonis Brahe Astronomiae Instauratae Mechanica. Nürnberg 1602.**

Durchschlingungen, als die Umlaufszeit desselben Erdjahre umfasste, wie die scheinbare Bahn des Planeten am Himmel sie wirklich aufwies. Allein in diesem Ptolemäischen System liessen sich die Bewegungen der Planeten nur annähernd erklären. Um mit den Erscheinungen am Himmel in Übereinstimmung zu bleiben, mussten im Laufe der Zeit viele Änderungen angebracht werden, wodurch dasselbe immer verwickelter und unbrauchbarer wurde. König Alfons X. von Castilien, ein eifriger Anhänger der Astronomie, der von 1252 bis 1282 regierte, rief daher verzweifelt aus: «Wenn ich von Gott bei der Erschaffung der Welt um Rat gefragt worden wäre, so hätte ich die Sache einfacher eingerichtet,» welcher Ausspruch ihn später die Krone kostete. Alfons war der gelehrteste Fürst seines Jahrhunderts. Im Jahr 1248 liess er über 50 der besten Astronomen nach Toledo kommen, welche an Stelle der unbrauchbar gewordenen Ptolemäischen Planetentafeln neue herstellen mussten. Diese im Jahr 1252 vollendeten Tafeln sind unter dem Namen der Alfonsinischen Tafeln bekannt; sie dienten dazu, den Lauf eines Planeten zu einer beliebigen Zeit zu berechnen.

Kopernikus gieng von der Ansicht aus, dass selbst die verwickeltsten Epicykloiden nicht imstande sein würden, alle Planetenbewegungen zu erklären, und dass allgemeine Naturgesetze notwendig viel einfacher sein müssten. An die Stelle der Erde setzte er in den Mittelpunkt des Weltalls, als ruhend die Sonne, um sie bewegen sich alle Planeten, die Erde inbegriffen, in excentrischen Kreisen, in der Reihenfolge Merkur, Venus, Erde, Mars, Jupiter und Saturn und zwar Merkur und Venus innerhalb der Erdbahn; der Mond allein umkreist die Erde.

Die Epicyklen behielt Kopernikus noch teilweise bei. An die Stelle des unerklärlichen primum mobile setzte er die 24stündige Rotation der Erde um ihre Achse, durch welche die tägliche scheinbare Bewegung des Himmels hervorgebracht wird.

Mit diesem neuen System der Weltanschauung liessen sich, trotz der demselben noch anhaftenden Irrtümer, alle Bewegungserscheinungen der damals bekannten Planeten auf die einfachste Weise erklären; aber direkt begründen konnte Kopernikus sein System nicht. Aus diesem Grunde konnte dasselbe nicht sofort Fuss fassen und seine Widersacher, zu denen auch, wie wir später sehen werden, Tycho Brahe gehörte, hatten insofern leichtes Spiel.

Tycho Brahe studierte auf Wunsch seiner Familie, doch gegen seine eigene Neigung, in Kopenhagen und Leipzig Jurisprudenz; heimlich beschäftigte er sich aber daneben mit Astronomie. Als 14jähriger Knabe erblickte er am 31. Aug. 1560 zu Kopenhagen eine Sonnenfinsternis und der Umstand, dass sie genau zur vorher bestimmten Zeit eintrat, erregte so sehr seine Bewunderung, dass er von da an eifrig Astronomie studierte. Heimlich, während sein Hauslehrer schlief, beobachtete er in Leipzig während seiner Studienzeit mit einem unvollkommenen Instrument den Himmel und verglich ihn mit den alfonsinischen und kopernikanischen Planetentafeln, wobei er starke Abweichungen des wirklichen Planetenortes vom berechneten fand. Da er keine Mittel hatte, um sich ein besseres Instrument anzuschaffen, so untersuchte er die Fehler des seinigen und stellte Tabellen über dieselben auf. Es ist dies das erste Beispiel eines Verfahrens, das noch heutzutage alle sorgfältigen Astronomen auch mit ihren viel bessern Instrumenten befolgen.

Tychos Lieblingsbeschäftigung zog ihm von Seite seiner Verwandten nur Verachtung zu, einzig ein Oheim mütterlicherseits unterstützte ihn. Aber Tycho überwand alle Schwierigkeiten, und diese grosse Energie hat er in allen Lebenslagen bewiesen. Nach Beendigung seiner juristischen Studien begab sich Tycho mehrere Jahre auf Reisen, auf denen er auch seine astronomischen Kenntnisse bereicherte. Bei seiner Rückkehr nach Dänemark, im Jahre 1565, nach dem Tode seines Onkels, Georg Brahe, der ihn an Kindesstatt angenommen hatte, kam er durch Erbschaft in den Besitz eines grossen Vermögens, und nun konnte er sich ungestört der Astronomie widmen. Auf einer neuen Studienreise, die ihn weit in Europa herumführte, hielt er sich 1568 vorübergehend in Basel auf, wo er sich in die Universitätsmatrikel eintragen liess und von wo er nach Augsburg, Nürnberg und Rostock ging. Als er 1570 nach Dänemark zurückkehrte, war er schon ein in ganz Europa berühmter Astronome. Nach dem im Jahre 1571 erfolgten Tode seines Vaters wohnte Tycho in seiner Heimat zu Knudstrup, dann auf Herrevads-Kloster, wo er am 15. Nov. 1572 einen neuen Stern im Sternbild der Kassiopeia entdeckte. Dieser plötzlich sehr hell aufleuchtende Stern hatte an jenem Abend einen Zusammenlauf des erstaunten Volkes verursacht, und durch diesen ward Tycho auf den Stern aufmerksam gemacht. Derselbe übertraf in der ersten Zeit seiner Sichtbarkeit alle Sterne, selbst Venus, an Glanz und ward

sogar am Tage gesehen. Allmählich nahm aber seine Helligkeit ab und im Jahre 1574 verschwand er vollständig. Tycho beobachtete den neuen Stern sorgfältig, und aus dem Fehlen einer Parallaxe schloss er, dass derselbe weiter als alle Planeten von der Erde entfernt sei. Den zum grössten Teil lächerlichen Meinungen der damaligen Zeit, z. B. dass dieser Stern eine im Feuer untergehende Welt sei, trat Tycho mit Schärfe entgegen; er zog es vor, seine Beobachtungen desselben genau aufzuzeichnen und die Erklärung des Phänomens der Zukunft zu überlassen.

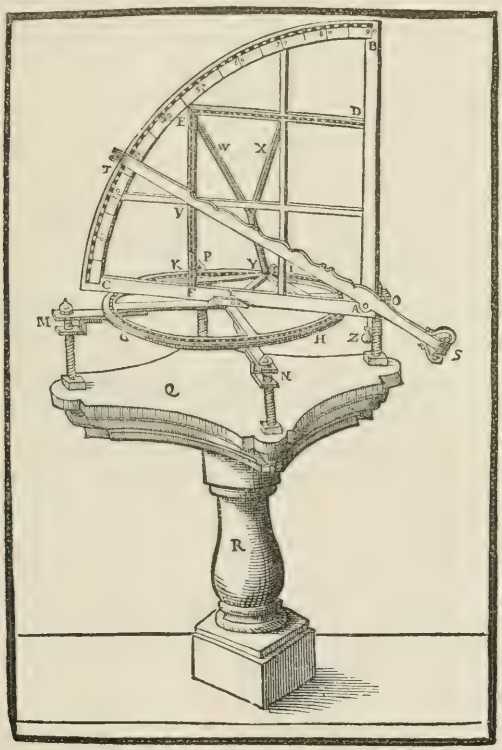


Fig. 2. Beweglicher Quadrant.

In diese Zeit fällt Tychos Heirat mit einem bürgerlichen Mädchen, welche Ehe aber, trotz der vorzüglichen Eigenschaften seiner Frau, von seiner adelsstolzen Familie nie anerkannt wurde. Tycho fasste daher den Entschluss, mit seiner Familie nach Deutschland überzu-

siedeln, welcher Plan aber nicht sogleich ausgeführt wurde, da er sich bestimmen liess, auf Wunsch des dänischen Königs Friedrich II. im Jahre 1574 einige Zeit Vorlesungen über Mathematik und Astronomie in Kopenhagen zu halten. Seine Antrittsvorlesung, die er vorher in lateinischer Sprache halten musste, ist uns erhalten geblieben und befindet sich in dem Buche: «De optimo genere disputandi et colloquendi.» Ex bibliotheca Josephi Langii, Friburgi Brisgoiae 1608.

Aber schon im Jahre 1575 kam er, infolge der fortgesetzten Anfeindungen, auf seinen Entschluss, ins Ausland zu gehen, zurück. Er machte eine Reise nach Deutschland und der Schweiz und gedachte sich im folgenden Jahre in Basel niederzulassen und dort eine Sternwarte zu bauen.

Im Anfang dieser Reise hielt sich Tycho einige Zeit bei dem Landgrafen Wilhelm IV. von Hessen-Cassel auf, einem eifrigen Förderer der Astronomie, der in Cassel eine Sternwarte errichtet hatte und der sich um die Aufstellung besserer Instrumente und Methoden zur Ortsbestimmung der Gestirne grosse Verdienste erwarb. Dieser hochherzige Fürst schrieb an den König Friedrich II. von Dänemark und machte diesen auf die grosse astronomische Befähigung Tychos aufmerksam, so dass Friedrich von da an dessen eifrigster Beschützer wurde. Der König belehnte Tycho im Jahre 1576 mit der damals dänischen, jetzt schwedischen Insel Hven im Sund, setzte ihm einen Jahresgehalt aus und erbaute ihm dort eine prächtige, im Jahre 1580 vollendete Sternwarte, die Uranienburg, ein Wunder ihrer Zeit, und rüstete sie mit den besten astronomischen, mathematischen und chemischen Instrumenten aus. Tycho selbst verwendete aus eigenen Mitteln grosse Summen für deren Ausbau, zugleich wurde eine eigene Papiermühle und Buchdruckerei eingerichtet, um die Resultate der Beobachtung und Rechnung möglichst richtig und schnell der Welt mitzuteilen.

Zur Messung der Höhen und Azimute der Sterne sowie zur genaueren Zeitbestimmung bediente sich Tycho der von ihm selbst erfundenen Quadranten und Sextanten. Es sind dies Viertel- und Sechstelkreise aus Messing, mit einer für die damalige Zeit sehr genauen Kreisteilung. (Fig. 2 u. 3.) Zwei seiner grossen Sextanten sind der Nachwelt erhalten geblieben und befinden sich als kostbare Reliquien im astronomischen Museum der k. k. Sternwarte in Prag.

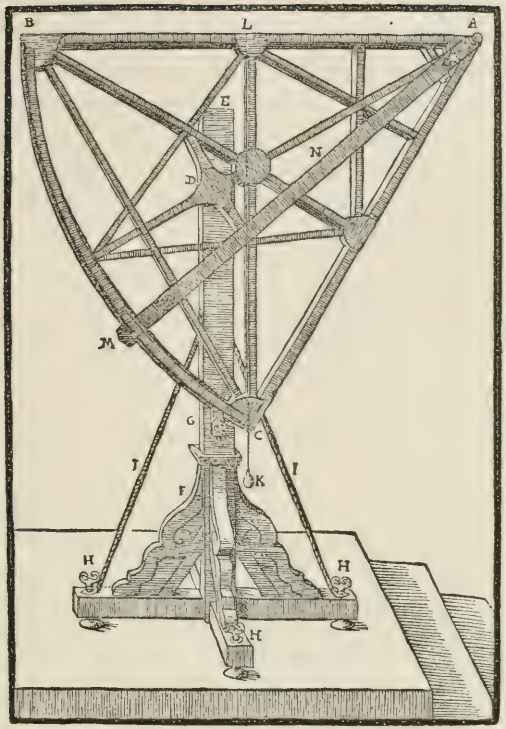


Fig. 3. Astronomischer Sextant.

Tychos bestes und genauestes Instrument war der von ihm selbst eingeführte Mauerquadrant. Dieser bestand aus einem grossen Viertelkreisbogen aus Messing, mit einer genauen Winkelteilung, welcher an einer Mauer, die genau im Meridian der Uraniaburg, also in der Nord-Südrichtung stand, befestigt war. Um den Kreismittelpunkt drehbar und längs der Kreisteilung verschiebbar, war eine Visiervorrichtung angebracht; ein Lot diente zur Feststellung der Vertikallinie. (Fig. 4.)

Eine einfache Beschreibung seiner Instrumente, die durch einen seiner Gehilfen ausgeführt worden war, schickte Tycho Brahe im Jahre 1591 an seinen Gönner, den Astronomen Wilhelm IV., Landgrafen von Hessen, mit welchem er bis zu dessen Tode im Jahre 1596 in regem Briefwechsel stand, sowie auch mit dessen Mathematiker Christoph Rotmann.

Um den Inhalt dieser Briefe zu retten, liess Brahe dieselben im Jahre 1596 in seiner eigenen Druckerei auf eigenem Papier drucken. Alle in deutscher Sprache geschriebenen Briefe wurden von ihm ins Lateinische übersetzt und in beiden Sprachen in den Band aufgenommen. Eingeleitet wird derselbe durch eine Reihe, von verschiedenen Dichtern verfasster, lateinischer Lobgedichte auf Tycho Brahe und gewidmet ist er dem Landgrafen Wilhelm. Dieser Band (auch in der Berner Stadtbibliothek befindlich) erschien unter dem Titel:

Tychonis Brahi Dani

Epistolarum astronomicarum Libri. Uraniburgi anno 1596.

Im Postscriptum eines dieser an den Landgrafen Wilhelm gerichteten Briefe vom 16. Sept. 1591 kündet Tycho diesem die oben erwähnte Beschreibung folgenderweise an:

Poſtſcripta. Nach dem ich vermercke auß Ew. F. G. Brieff/ daß der Rothmannus noch nicht in ſo lange Zeit angekommen iſt / gedencke ich wol / daß er auch die Descriptionem meorum Instrumentorum (Beschreibung meiner Instrumente) / welche er hie verzeichnet hat / kaum wird Ew. F. G. zugeſchickt haben. Darumb hab ich nicht wollen unterlaſſen / meinem deutſchen Amanuensi (Gehülfen) zu befehlen / daß er von new (neuem) ein Deſcription davon / ſoviel jm in der eyl müglich were / zuſammen ſchriebe / welche Ew. F. G. hierbei mit vorgemeldten Knaben bekommen wird. Wann ich ſelbſt einmal beſſer weyl habe, bin ich willens alle meine Inſtrumenta Aſtronomica deutlicher und fleißiger / beyde mit jre Fabricâ und uſu (Gebrauch) zu beſchreiben. Ew. F. G. wolle dieſe geringe Conſignation in gnedigem Willen annemen. Datum Uraniburg, den 26. Septembris, Anno 1591.

Ewer. F. G. Dienſtwilliger

Tycho Brahe.

Tychos eigene, in diesem Briefe angekündigte Beschreibung und Gebrauchsanweisung seiner Instrumente erschien erst 1598, nachdem er die Uranienburg schon verlassen hatte, in seinem Prachtwerk: «Astronomiae instauratae mechanica.» (Wandsbeck 1598, Nürnberg 1602.) — Die Mechanik der erneuerten Astronomie. — In demselben befindet sich auch ein Plan, eine Abbildung und ausführliche Beschreibung seiner Sternwarte Uraniaburg.

In dem erwähnten Verzeichnis giebt Tychos Gehülfe unter Nr. XV. folgende Beschreibung des Mauerquadranten (Fig. 4) der Uraniaburg:

„Noch ist ein anderer von Messing gantz gegossener Quadrant / in einer anderen Kammer deß Hauses / gegen Südwest / an die Mawer mit starken Eysern Schrauben fest gemacht / gerade in plano Meridei (in die Meridianebene) gestellet / und hat in einem Loche, welches gegen Süden durch die anstoßende Mawer gehet, im Centro*) einen Cylinder von vergoldeter Bronze, vermittelst dessen der Schatten der Sonne oder die Strahlen der Sterne aufgenommen werden. Auf je 2 Brettlein, die auf der Peripherie und im Innern des Quadranten drehbar sind, werden die Höhen der Gestirne an demselben Umkreis sehr fein unterschieden. Es hat nämlich jeder Grad der Kreisteilung nicht nur einzelne Minuten, die durch Transversalpunkte genau eingeteilt sind, sondern auch jede Minute wird wieder in 6 Teile geteilt, oder in je 10 Sekunden, auf diese gleiche Weise. Denn der Quadrant ist an sich selbst gar groß / und hat à centro ad circumferentiam (vom Centrum bis zum Umfang) fünffthalbe cubitos (Ellen). Innerhalb diesem Quadrant in spacio vacuo (im leeren Raum) ist deß Tychonis Effigies (Bild) an eine Taffel abgemalet / so groß alß er ist / sitzet und lehnet sich an einen Tisch / und weiset mit die eine Handt zu dem Loche in die Mawer hinauff / da die Observationes (Beobachtungen) durch diesen Quadranten geschehen. Sonst ist auch daselbst ein architectonisch Gemäl angezeigt / darin in diversis contignationibus (verschiedenen Abteilungen) viel von den andern seinen Instrumentis abgezeichnet / und die Studenten darbey / wie sie damit zu observiren (beobachten) pflegen. Daneben auch ein Studiorum / da etliche beym Tische sitzen / alß wan sie studirten und calculirten. Es ist auch sein Laboratorium Pyronomicum (chemisches) darunter / doch mit etlichen Fornacibus (Oefen) / und diejenigen / die darauf warten / verzeichnet. Diß alles ist also arte pictoria in minori forma repräsentirt (so kunstgerecht in verkleinerter Form gemalt), alß wan es von obgedachtem großen Effigie (Bild) weit abstünde / wiewol es alles in einem plano (Ebene) ist. Zu underst ligt einer von seinen Schießhunden bey seinen Füssen auch abgemalet / so groß alß er war / non tam nobilitatis, quam Sagacis ingenij Symbolum. (Ein Gleichniss, nicht sowohl edler Abkunft als scharfsinnigen Geistes.) Und ist beyde die Effigies und alles andere Gemäl in area huius Quadrantis (im Innern dieses Quadranten) nur ornatus causa (als Schmuck), und daß das Spacium (Raum) nicht ledig stünde / gemacht."

*) Einige folgende Sätze, die im Original in latein. Sprache geschrieben sind, folgen hier in der Uebersetzung.

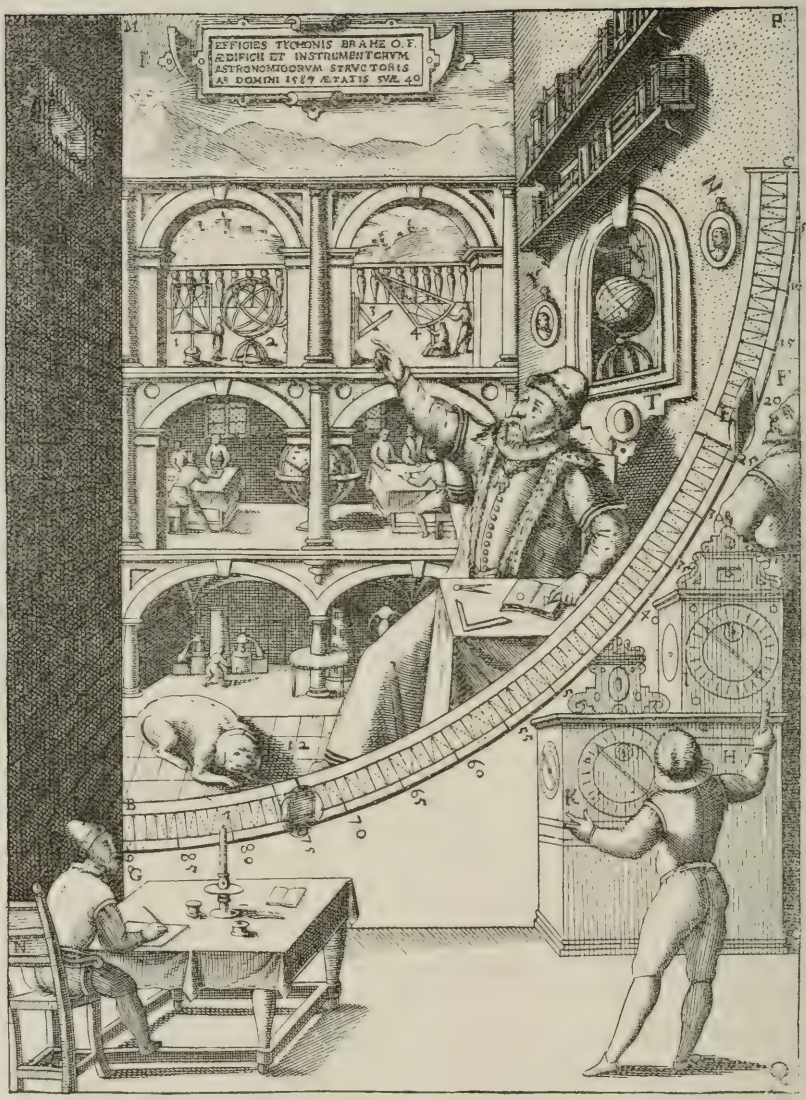


Fig. 4. Tycho Brahe's Mauerquadrant.

Dieser Mauerquadrant diente zur genauen Bestimmung der Kulminationshöhe der Sonne und der Gestirne. Noch in den letzten Decennien des 18. Jahrhunderts gehörte der Mauerquadrant — allerdings mit Fernrohr versehen — zu den besten und brauchbarsten Instrumenten der beobachtenden Astronomie, jetzt ist er längst durch bessere Instrumente, den Meridiankreis und das Aequatoreal verdrängt.

Mit seinen Instrumenten konnte Tycho Brahe die Höhe der Gestirne bis auf eine Bogenminute genau messen, was für jene Zeit eine grosse Präzision bedeutete. Allerdings ist die astronomische Winkelmessung heutzutage 60 mal genauer, die Winkel werden bis auf eine Bogensekunde genau gemessen. Von der Kleinheit einer solchen Grösse macht man sich einen Begriff, wenn man sich vorstellt, dass ein Winkel von einer Sekunde der 60. Teil desjenigen Winkels ist, unter dem ein gewöhnliches Menschenhaar in deutlicher Seeweite dem Auge erscheint. Es ist aber nicht zu vergessen, dass Tycho die grosse Genauigkeit seiner Beobachtungen ohne Fernrohr, ohne Mikroskop und ohne Pendeluhr, die damals noch nicht erfunden waren, erreicht hat, und dieses Verdienst wird auch auf seinem Grabstein angeführt.

Erst auf der Uranienburg betrachtete Tycho Brahe seine Arbeiten als stichhaltig. Es wurden Mitarbeiter angestellt, teils zum Beobachten, teils zum Rechnen, was damals, wo noch keine Logarithmentafeln existierten, viel mühsamer war als jetzt. Die Uranienburg erlangte bald Weltruf. Gelehrte und Fürsten, unter andern König Jakob I. von England, besuchten Tycho auf seiner Sternwarte, und viele Studenten erhielten bei ihm Unterricht.

Von den hier ausgeführten Arbeiten und Beobachtungen sind namentlich wichtig die Anfertigung eines Fixsternkataloges und die fortgesetzte Beobachtung der Planeten, namentlich des Mars. Tycho war der Erste, der die geographische Breite seines Beobachtungsortes durch *Circumpolarsterne* bestimmte, und der Erste, der die atmosphärische Strahlenbrechung berücksichtigte und als *Refraktion* an seinen Beobachtungen anbrachte. Bisher hatten alle Astronomen, auch Tycho selbst, sie für zu unbedeutend gehalten, aber bei der Genauigkeit seiner neuen Beobachtungen, konnte er sie nicht mehr vernachlässigen. Tycho entdeckte die *Variation* der Mondbahn, die Ungleichheit der Knotenbewegung und die Veränderlichkeit der Neigung derselben. Aus seinen Kometenbeobachtungen, namentlich denen des Kometen von 1577, zeigte er, dass diese Körper unmöglich in den

obern Luftregionen der Erde sich aufhalten könnten, wie die damalige Ansicht war, sondern weit jenseits der Mondbahn liefen. Die Schiefe der Ekliptik bestimmte er zu 23° 30′. In mehreren dieser Arbeiten half ihm seine Schwester Sophia.

Auffallenderweise anerkannte Tycho Brahe das Kopernikanische Weltsystem nicht. Einem so ausgezeichneten Beobachter, wie ihm, konnte die vollständige Unhaltbarkeit des Ptolemäischen Systems nicht verborgen bleiben, und er führte sogar neue Gründe gegen dasselbe auf, die weder Kopernikus, noch seine Vorgänger bemerkt hatten. Tycho giebt zu, dass das System des Kopernikus besser sei als das des Ptolemäus und nicht gegen die Grundsätze der Mathematik verstosse, so lange man nur den Lauf des Mondes und der Planeten betrachte; allein einerseits machten ihn die Kometen, die auf ihrer Bahn nie rückläufig wurden, anderseits physische Gründe daran irre. Einige dieser Gründe mögen hier erwähnt werden.

«Die Erde, sagte Tycho, ist eine grobe, schwere und zur Bewegung ungeschickte Masse, wie kann nur Kopernikus einen Stern aus ihr machen und ihn in den Lüften herumführen?» [1]) Tycho bedachte dabei nicht, dass die Sonne und ein Teil der Planeten, wie er selbst zugestand, viel grösser als die Erde sind, und trotzdem sollten sie sich, nach seiner Ansicht, um die Erde bewegen.

Tycho sagt ferner: «Wenn man von der Höhe eines Turmes einen Stein herabfallen lässt, so könnte derselbe nicht am Fusse desselben niederfallen, wenn die Erde sich inzwischen bewegt hat, sondern er müsste um soviel Fuss westlich davon niederfallen, als die Erde sich inzwischen von Westen nach Osten um ihre Achse bewegt hat.» Dieser Einwand wäre allerdings richtig, wenn die Erde erst in dem Augenblick, wo der Stein losgelassen wurde, angefangen hätte, sich um ihre Achse zu drehen. Allein, da sie fortwährend in dieser Bewegung begriffen ist, so macht auch die Hand, welche den Stein hält, und der Stein selbst die Bewegung mit und behält diese während des Falles bei, so dass er am Fusse des Turmes niederfällt. Einen ähnlichen Versuch mit einem Stein kann jeder auf einem fahrenden Wagen machen. Weil aber die Spitze des Turmes samt dem Stein eine grössere Umdrehungsgeschwindigkeit hat, als sein Fuss, weil sie weiter vom Erdmittelpunkt entfernt ist, so muss gerade das Gegenteil von dem statt-

[1]) Mädler, Populäre Astronomie.

finden, was Tycho erwartete, der Stein wird nicht westlich, sondern östlich vom Fuss des Turmes niederfallen, was durch sorgfältige Versuche auch bestätigt worden ist.

Der schwerwiegendste Einwurf, den man dem Kopernikanischen System machen konnte, und den sich Kopernikus auch selbst machte, war das Fehlen einer Fixsternparallaxe, woraus eine ungeheure Entfernung der Fixsterne folgte. Aus diesem Grunde machte Tycho den Einwurf, wie es denn überhaupt möglich sei, die Fixsterne zu sehen? Sie müssten ja dann viele Millionen mal grösser sein als die Sonne. Hätte er die Teleskope und die Eigenschaften des Lichtes gekannt, so würde er diesen Einwand nicht gemacht haben.

Alle diese und noch viele andere Einwürfe, die man anfangs dem Kopernikanischen System machte, sind längst dahin gefallen oder sind im Gegenteil zur Stütze desselben geworden. Auch der wichtigste Einwurf gegen dasselbe, das Fehlen einer Fixsternparallaxe ist seit dem Jahre 1836 gehoben.

Weil Tycho sowohl das Ptolemäische als auch das Kopernikanische System verwarf, so stellte er ein eigenes System auf, das in der Geschichte der Himmelskunde als das Tychonische System eingeführt ist, das aber ohne alle Bedeutung geblieben ist. In diesem System steht die Erde ebenfalls ruhend im Mittelpunkt des Weltalls und um sie kreist der Mond. Alle Planeten laufen in Kreisbahnen um die Sonne und die Sonne selbst mit ihrem ganzen Planetengefolge bewegt sich in Schraubenlinien von ungleicher Weite um die Erde. Die Fixsterne liess Tycho, ebenso wie Ptolemäus, in 24 Stunden um die Erde laufen.

Mit diesem System liessen sich allerdings die damals bekannten Erscheinungen ebenfalls mit einiger Annäherung erklären, aber es war noch komplizierter und praktisch noch unbrauchbarer als das Ptolemäische und Tycho selbst hat davon nie praktischen Gebrauch gemacht, sowenig als irgend ein anderer gleichzeitiger oder späterer Astronome. Dieses System lässt sich nach keiner Richtung in Einklang bringen mit den hervorragenden Arbeiten des grossen Astronomen und man ist versucht, diese Verirrung den Charaktereigenschaften Tychos, nämlich Eitelkeit, Ehrgeiz und Unduldsamkeit zuzuschreiben; vielleicht hatte an der Verwerfung des Kopernikanischen Systems der Neid, es nicht selbst erfunden zu haben, einigen Anteil. Welche Gefühle mögen Tycho wohl bewegt haben, als ein Jahr vor seinem Tode, am

17. Februar 1600, der geistvolle Philosophe Giordano Bruno, der für die Kopernikanische Lehre eingetreten war, auf dem Campo die Fiore in Rom den Scheiterhaufen besteigen musste? Das endgiltige Urteil der römischen Curie über Kopernikus erlebte Tycho freilich nicht, denn erst im Jahre 1616 wurde seine Lehre als eine ketzerische erklärt und das Verdammungsurteil über dieselbe abgegeben. Die unmittelbare Veranlassung hiezu gab Galilei.

Tycho hat übrigens, namentlich in spätern Jahren, die Verdienste des Kopernikus anerkannt. Es zeigt sich dies darin, dass er ein von Kopernikus herrührendes Instrument, die Parallatica Regula (eine parallel zur Erdachse gestellte, geteilte Schiene), sorgfältig aufbewahrte und hoch in Ehren hielt, sowie in dem begeisterten Lobgedicht, in welchem er ausdrücklich des Kopernikanischen Weltsystems mit grossem Ruhme gedenkt, wenn er von der kühnen That des Kopernikus spricht, dem es

«gelang, dem Himmel die Sonn' zu entreissen
Und sie festzustellen.»

In dem früher erwähnten Verzeichnis der Instrumente der Uranienburg, welches ein Gehülfe Tychos im Jahre 1591 für den Landgrafen Wilhelm IV. von Hessen verfertigte, wird diese Thatsache in Nr. XIII. des Verzeichnisses folgenderweise erwähnt:

«Dess hochberümbten Nicolai Copernici Parallaticæ Regulæ von Holtze / woran die teilung mit Ritzen durch Dinten schwartz gemacht / verzeichnet stehet / welches Copernicus mit seiner Handt selber gemacht und gebraucht hat. Sunt Tychoni Varmiâ ex Prussiâ dono missæ. (Sie sind dem Tycho aus Preussen zum Geschenk geschickt.) Latera huius Instrumenti æqualia (die gleichen Seiten des Instrumentes) seyndt ein jedes 4 Ellen lang. Dieses Instrument hat Tycho mehr umb dess hochlöblichen Copernici willen / memoriæ tanti artificis causâ (zum Andenken eines so hervorragenden Künstlers willen), in Ehren / alss dass es nützlich sei / oder in einige Observation rechtmessig zu gebrauchen. Und wie gross er das halte / zeiget das Carmen (Gedicht), das er darbey gestellt hat / welches in der Lateinischen Explication folgen soll.»

Der Anfang dieses von Tycho Brahe am 23. Juli 1584 in Hexametern geschriebenen, lateinischen Gedichtes lautet folgenderweise:

Is, qualem non Terra Virum, per secula multa
Procreat, Inuidiâ tardansquaeque Optima, qualem
Ipsa sibi vix Astra ferunt, per mille recursus,
Tot Centrisque Polisque licet, totque Orbibus Orbem
Tam rapido inuoluant cursu, nec lassa fatiscant:
Ille Is, qui Coelo genitus, Coelestia Terris
Progenuit, sed partu alio, quàm prisca Parentum
Fert veterumsoboles, . . . etc.

Im Folgenden ist eine freie Uebersetzung dieses Gedichtes (von Dr. G. Finsler, Rector am Gymnasium Bern) wiedergegeben:

«Er, ein Mann, wie die Erde in vielen Jahrhunderten keinen
Zeugt, weil immer ihr Neid, was gut und edel, zurückhält;
Wie ihn kaum die Gestirne gebären, die doch in ew'gem
Umschwung, in zahllosen Kreisen, vom Pol bis zur Mitte, den Himmel
Rastlosen Laufes umfangen und nie erlahmend ermatten;
Er entstammte dem Himmel und schenkte himmlische Kinder
Unserer Welt, nicht so, wie sonst man von Kindern
Oder von Eltern spricht; dem ebenbürtigen Sohne
Lieh der Himmel im Bilde der Heimat, die eigenen Augen
Mehr und mehr ihm weisend, was uns das Bild des gesamten
Firmaments bezeugt; mag immer der törichte Haufe
Seine Augen verschliessen des Umschwungs ew'gen Gesetzen.
Er vermochte, vom Himmel herab die Sonne zu führen
Ihr ihre Bahn zu verbieten; er hat in die Sterne die Erde
Eingefügt, gekettet den Mond an die Erde, des Weltalls
Bild verwandelt; jedoch schuf keine Lücke der Wandel.
Nein, harmonischer nur und leichter dem Geist zu erfassen
Weist er unserem Auge der Himmelserscheinungen Schauspiel.
Ja, Copernicus, der sich solches Wagens vermessen,
That es mit leichten Stäben, mit kunstlos einfachen Mitteln,
Wies mit gewöhnlichem Holze dem Himmelsraum die Gesetze,
Zwang in sein Instrument die Bahn der hohen Gestirne,
Trat in des Himmels Palast, was seit dem Ursprung der Welten
Kaum noch jemals einem der sterblichen Menschen vergönnt war.
Alles besiegt das Genie! einst wurden auf Berge vergeblich
Berge getürmt; es bezeugt es der Polion, Ossa, der Aetna;
Es bezeugt's der Olymp, auf den sie die wuchtigen Massen
Häuften, und zahllose andere, dass auch der Riesen Geschlechter,
Mächtig in Körperkraft, doch arm am Lichte des Geistes,
Nicht vermochten das Haus des ewigen Gottes zu stürmen.

Er, der Erhabene, bezwang, vertrauend den Kräften des Geistes,
Ohne Gewalt, den hohen Olymp durch Messen und Rechnen.
Du, sein Instrument, sein Denkmal! würde das Gold nicht,
Kennt' es dich, mit Recht das Holz, das schlichte, beneiden?»

Nur kann man aus diesen Gründen allein nicht den Schluss ziehen, dass Tycho an seinem eigenen System irre geworden sei; dass dies nicht der Fall war, zeigt der Umstand, dass er im Jahre 1591 im Postscriptum eines an den Landgrafen Wilhelm IV. von Hessen gerichteten Briefes hervorhebt, dass der Ort des Planeten Mars zu einer bestimmten Zeit mit seinem eigenen System allein habe zur Uebereinstimmung gebracht werden können, und dass daneben weder das Ptolemäische noch das Kopernikanische System habe bestehen können.

Es möge hier ein Brief des Landgrafen Wilhelm an Tycho Brahe aus der erwähnten Sammlung eingeschaltet werden, nebst dem Antwortbrief Tychos, in dessen Postscriptum die oben genannte Stelle vorkommt. Diese Briefe, mit eingeklammerter Uebersetzung der lateinischen Bezeichnungen, lauten:

Dem Vesten / unserm lieben Besondern / Tychoni Brahi, Herrn zu Knudstrup.

Wilhelm von Gottes Gnaden / Landgraue zu Hessen / Graue zu Katzenelnbogen / etc.

Vester lieber Besonder / Daß jhr uns underm dato Uraniburg am 2. Aprilis zu verstehen geben / daß ihr jetzo den ersten Tomum de Recentioribus Coeli Phaenomenis (1. Band der neuen Himmelserscheinungen) in Druck zu verfertigen fürhabt / und uns denselben zu communiciren (überreichen) erbotten / das ist uns umb soviel desto lieber gewesen zu vernehmen / dieweyl jhr in gedachtem Tomo quasi ex professo de rectificatione Stellarum Fixarum (gewissermassen vorsätzlich von der Berichtigung der Fixsterne) / darnach wir so lange Zeit besonders verlangen gehabt / nicht allein tractiret (behandelt), sondert auch etliche hundert Stern auß ewern Observationibus emendiret (verbesserten Beobachtungen) erzehlen thut. Wollen demnach desselben Operis gewertig sein / mit Gnaden zu verschulden. Anlangende unsern Mathematicum / hat er sich zwar vor etlichen Monaten bey uns seiner Leibs Krankheit halben beklagt / Ist aber / unangesehen er uns schrifftlich zu verstehen geben / und wir jhm solchs gnediglichen befohlen

haben / gleichwohl nicht angelangt. u. ſ. w. (Folgt eine Besprechung von seltenen Tieren, die für des Landgrafen Tiergarten bestimmt sind.) Was denn anlangt die begehrte Papiermacher / mögen wir euch gnediglich nicht verhalten / daß wir under uns einen eintzigen haben / derſelb richtets allererſt an / und macht ſehr ſchön Werk / wie auß gegenwertigem Papier / und euch zugefertigtem Brieff zu ſehen / Wir wollen uns aber zu Franckfurt umhören laſſen / ob wir nicht ein oder zween darzu bewegen köndten / daß ſie ſich zu euch begeben wolten Doch müſſen wir zuvor wiſſen / welcher geſtalt jhr ſie halten und underhalten wollet: Wollen wir alßdann jhre Abfertigung auffs eheſt befördern helffen. Wolten wir euch / dem wir mit Gnaden ſonders wohl gewogen / alſo gnediglich nicht verhalten. Datum in unſer Stadt und Veſtung Caſſel / am 22. Maij. Anno 1591.

Wilhelm Landtgraff zu Hessen.

Tychos Antwort erfolgte im September desselben Jahres und lautet, mit Auslassung einer Zwischenstelle:

Dem Durchleuchtigsten / Hochgebornen Fürsten und Herrn Herrn Wilhelm, Landtgrauen zu Heſſen / Grauen zu Katzenelnbogen / Dietz / Ziegenhain und Nidda: Meinem gnedigen Herrn.

Durchleuchtigſter / Hochgeborner Fürſt. Ewer F. G. ſind meine fleißwillige Dienſte nach allem vermügen jederzeit zuvoran bereit. Gnedigſter Herr / Ew. F. G. an mich under dato den 22. Maij nechſthin / auß jhrer Stadt und Veſtung Caſſel außgegangenes Schreiben / iſt mir nu erſt den 7. huius (dieſes Mon.) allhie auff Uraniburg zu handen kommen. Wo es ſo lange $3^1/_2$ Monat / under Wegen ſey auffgehalten / kann ich nicht wiſſen / ſonſt hette ichs zeitlicher zu beantworten nicht underlaſſen.

Was erſtlich meines fürhabenden Operis primum Tomum de Reccentioribus cœli Phænomenis belangt / in welchem Capite 2. Stellarum fixarum Restitutio fundamentaliter tractirt wird / deſſen Ew. F. G. in jhrem Schreiben gedenkt / darauff kann Ew. F. G. ich dienſtlich nicht verhalten / daß daſſelb Opus noch nicht vollends durch den Druck verfertigt iſt / Denn ich habe dieſen Sommer anderer nothwendiger auffliegender Geſchefftе halben nicht weyl gehabt ſolchem auffzuwarten. Wenn aber Gott Gnad und gelegenheit verleihen wirdt / daß es dieſen Winter möchte fertig werden / alß denn wil ichs Ew. F. G. jhrem begeren nach / mittheilen.

Daß Ew. F. G. Mathematikus, Rothmannus, noch nicht zu Ew. F. G. wider ankommen gewesen / solchs thut mich nicht wenig verwundern / denn er hat sich bey mir nicht anders merken lassen / denn daß er von stunden wider zurück gen Cassel sich begeben wollte / welches nu eben ein Jahr verlitten ist. Wofern der Morbus (Krankheit) / dessen Ew. F. G. meldung thut in causa were (die Ursache) daß er so lange außbleibt / so hette er je mitler zeit sich können curiren lassen. Er ließ sich solchs mangels allhie gar nicht vernemen / sonst were vielleicht hie so gut Paracelsisch Remedium dagegen zu finden / alß anderßwo / welches jhnen auch ohn zweiffel wolbewust ist. Ich gedenke aber / so er noch nicht widerumb zu Ew. F. G. ankommen ist / er werde sich mit dem ersten wider einstellen. Es were gut / daß er das Opus Stellarum Fixarum mit erster gelegenheit verfertigte / auff daß die langweylung und groß angewandte mühe und fleiß nicht hinder bliebe / sondern andern / und Posteritati (Nachwelt) zu nutz kommen möchte.

(Auslassung: von den für des Landgrafen Thiergarten bestimmten Thieren.)

Ferner / da Ew. F. G. in jhrem Schreiben mention (Erwähnung) thut vom Papiermacher / daß Ew. F. G. nach einem oder zween zu Franckfurt wollte umbhören lassen / kan Ew. F. G. ich nicht bergen / daß ich selber schon einen bekommen hab / der deß Handtwerks gnugsam erfaren / und nu mit einem Gesellen im Wercke ist / umb Druckpapier zu machen. Thu mich gleichwol gegen Ew. F. G. dienstlich und zum höchsten bedanken / daß dieselbige gnedigen willens gewesen / und sich nicht beschweret / solch ungemach meinet halben auff sich zu nehmen. Wo Ew. F. G. ich hinwiderumb nach meinem geringen eusserstem vermügen zu dienst und gefallen seyn kann / darzu erbiete ich mich ganz willig / und soll Ew. F. G. mir ohn das zu gebieten haben. Wil Ew. F. G. in Schirm deß Allerhöchsten zu langwirlger glücklicher Gesundtheit und Landsregierung hiemit dienstfleissig befolen haben. Datum Uraniburg, den 8. Sept. Anno 1591.

Ewer F. G. dienstwilliger

Tycho Brahe.

Postscripta. Auff daß aber diß mein Schreiben nicht alleine von den Irdischen Thieren / sondern etwas de coelestibus (von den himmlischen) inhalte / wolte ich nicht underlassen / Ew. F. G. zu significiren, daß Martis Stella (der Stern Mars), der sonsten mehr alß die andern Planeten / den Calculum Astronomicum eludirt (die

astronom. Rechnung verspottet), iſt im letzten Acronycho situ (Aufgang des Sterns bei Sonnenuntergang) welches geſchehen iſt im anfange deß 9. Tags Junij, circa Perigaeum solare (gegen die Erdnähe der Sonne), mit dem Calculo Copernicaeo (Kopernikan. Rechnung) gar nahe übereingeſtimmet / alſo / daß kaum $^1/_3$ Grads gefehlet hat / ſo doch den Numeris Alphonsinis (den alphonsinischen Zahlen) nach bey $4^1/_2$ Grad zuviel geweſen / welches ſonſten in andern Oppositionibus Solis & Martis (Gegenstellung der Sonne und des Mars), deren ich etliche observirt, nicht geſchieht. Und hab Martem zuvor / wenn er iſt pernox (über Nacht sichtbar) geweſen / circa Arietis & Librae initia, in medio quasi loco inter Apogaeum et Perigaeum solare, considerirt, (gegen den Anfang des Zeichens des Widders und der Wage, sozusagen in der Mitte zwischen der Erdferne und der Erdnähe der Sonne, betrachtet) daß er alßdan von deß Copernici Calculo bey 2 oder 3 Grad abgewichen iſt / und das in partes contrarias, prout ferebat Eccentricitatis solaris ratio (nach entgegengesetzten Seiten, in dem Masse, als es die Mittelpunktsabweichung der Sonne mit sich brachte). Es hat auch die Alphonsina Supputatio (Nachrechnung) allda nicht beſtehen können. Auß dieſem iſt leichtlich apud rem penitius introspicientes (bei genauerem Hineinsehen) abzumerken / daß da noch ein ander inaequalitas (Ungleichheit) fürhanden ſey / è solari Eccentricitate proveniens (die von der Mittelpunktsabweichung der Sonne herrührt), die ſich in den apparentem motum Planetarum insinuirt (die sich in den scheinbaren Bewegungen der Planeten einschleicht). Und wird in Marte, quoad tres superiores, am meiſten geſpürt / dieweyl er ſeinen Circuitum ad Solem (Kreis um die Sonne) nicht ſo groß hat / alß die andern / daß darumb Eccentricitas Solis respectu ambitus, quem is designat, ein sensibilem proportionem hat (dass darum die Mittelpunktsabweichung der Sonne auf den Umlauf, den derselbe beschreibt, einen merklichen Einfluss hat), die doch in Jove (Jupiter) geringer / und in Saturno gar wenig geſpürt wird. Hierauß iſt zu ſchlieſſen / daß unſere Invention in Hypothesibus coelestibus (Erfindung eines Weltsystems), welche ich lib. 2 de aethereis Phaenomensis cap. 8 generaliter et lato modo indicirt hab (im 2. Buch der Lufterscheinungen Kap. 8 allgemein und ausführlich angezeigt habe) / alleine mit den Apparentijs (Erscheinungen) übereinzuſtimmen vermag. Und daß weder die alte Ptolemeiſche / noch die newe Copernicеische hierin nicht beſtehen / denn

ſie können dieſe inaequalitatem (Ungleichheit) nicht gebührlich excusiren (entschuldigen, erklären). Ich hab auch von dieſem in geheim mit Ew. F. G. Mathematico, alß er hier war / geredt / der ſich denn nicht wenig darob verwundert hat / und bekandt / daß er zuvor darhin nicht hab gedenken können / ſonſt hette er ſein Indicium de meis Hypothesibus (Urtheil über meine Hypothesen) nicht alſo praecipitirt (gefällt). Und iſt viel anders hierneben zu mercken / welches zu weitleufftig wer / allhin zu erkleren. Diß hab ich nu allein zum Beſchluß / und umb einige Aſtronomiſche Collation (Erfrischung) halben / Ew. F. G. anzeigen wollen. Bittendt Ew. F. G. wolle dieſem / nach jhrem hohen in hac scientia (in dieser Wissenschaft) Verſtande / nachdencken / und mir jhre Meinung davon gnedigſt zukommen laſſen. Datum ut suprà.

Aus der Nachschrift dieses Briefes geht hervor, dass Tycho an seine Weltordnung glaubte. Es geht dies auch besonders daraus hervor, dass er noch auf seinem Sterbebett seinem Mitarbeiter Joh. Kepler die Vertretung seines Systems ganz besonders ans Herz legte.

Auf der Uranienburg wurde Tycho von seinem Gönner König Friedrich II. durch Geschenke, Gehaltserhöhung, Belehnung und Ehrenbezeugungen belohnt und die Freigebigkeit seines Fürsten vergalt er durch das Stellen von Horoskopen, denn in jener Zeit stand die Astrologie oder Sterndeutung, die Kunst, aus der Stellung der Sterne zukünftige Ereignisse und besonders die Schicksale der Menschen vorauszusagen, noch in hohem Ansehen: sogar der grosse Astronome Kepler war nicht frei von diesem Aberglauben.

Nach dem Tode Friedrich II. (5. April 1588) gelang es Tychos vielen Feinden, im Laufe der nächsten Jahre ihm die königliche Gunst des Nachfolgers, Christian IV., zu rauben. Man entzog ihm schliesslich den Jahrgehalt und verbot ihm seine astronomischnn und chemischen Arbeiten. Tycho verliess nun die Uranienburg auf der Insel Hven und begab sich nach Kopenhagen, wo er aber seine Beobachtungen nicht fortsetzen durfte. Einen Teil der Instrumente der Uranienburg hatte er mitgenommen, die grösseren liess er einstweilen dort zurück. Als Tycho auch hier verfolgt wurde, besonders von dem einflussreichen Reichshofmeister Christof von Walkendorf, verliess er im Jahr 1597 mit seiner Familie sein Vaterland für immer und wandte sich nach Rostock und, durch die Pest vertrieben, von da zu seinem Freunde und Verwandten Heinrich Ranzow, dem königlichen Statthalter in Holstein, auf Schloss Wandsbeck bei Hamburg,

wo er seine Beobachtungen wieder aufnahm und wo er 1598 eine illustrierte Beschreibung seiner sämtlichen astronomischen Instrumente herausgab, die «Astronomiæ instauratæ mechanica». Von hier aus wusste er den deutschen Kaiser Rudolf II. für seine astronomischen und besonders auch astrologischen Studien einzunehmen, so dass dieser ihn im J. 1599 als kaiserlichen Astronomen in seine Dienste nahm. Es wurde ihm das kaiserliche Schloss Benatki (arx Benatika) in der Nähe von Prag eingeräumt, wo ihm auf Kosten des Kaisers eine Sternwarte mit Laboratorium gebaut wurde. In dieser stellte Tycho seine Instrumente auf, die auf der Uranienburg zurückgelassenen wurden herbeigeholt, und die Arbeit begann. Bald aber siedelte er in die Stadt Prag selbst über, wo ihm ein grosses Haus auf dem Hradschin überlassen wurde, das er in eine neue Uranienburg umzuwandeln gedachte.

Tycho Brahe suchte nun Mitarbeiter, und fand diese in Longomontanus, einem Jüten (1562—1667), der als der vertrauteste und vorzüglichste Gehilfe Tychos bezeichnet wird und in dem damals eben von Graz als Protestant vertriebenen, nachmals berühmten Johannes Kepler, aus Weil in Württemberg, geb. am 27. Dez. 1571, der sich schon früher durch ein astronomisches Werk «Mysterium cosmographicum» bekannt gemacht hatte. Kepler war Tycho von Baron Hoffmann, einer angesehenen Persönlichkeit am kaiserlichen Hofe, empfohlen und vorgestellt worden. Der Empfehlungsbrief, vom 3. Februar 1600 datiert, befindet sich im Original in der Universitätsbibliothek in Basel, er wurde 1887, zusammen mit andern Briefen, von Prof. Fr. Burckhardt in Basel im Drucke herausgegeben.

Noch im Februar 1600 trat Kepler neben Tycho Brahe in kaiserliche Dienste. Beide Männer waren aber so unähnlich in ihrem Wesen, dass Kepler sich anfangs gar nicht an den stolzen, dänischen Edelmann gewöhnen konnte; zudem war Kepler ein begeisterter Anhänger der Kopernikanischen Weltordnung, während Tycho dieselbe bekämpfte. Wäre nicht Keplers Freund, Baron Hoffmann, dazwischen getreten, so wäre schon im April desselben Jahres ein Bruch zwischen Tycho und seinem neuen Assistenten erfolgt. Darauf schrieb Kepler, der auch nicht ganz ohne Schuld an den Streitigkeiten war, einen Entschuldigungsbrief, und von da an durfte sich Kepler für geborgen halten. Im Juni 1600 reiste er nach Graz, um seine Angelegenheiten zu ordnen, wobei er seinen Hausrat einstweilen nach Linz überführte;

nach seiner Rückkehr wurde emsig weiter gearbeitet. Tycho hatte gleich anfangs einen Arbeitsplan aufgestellt; diesem zufolge sollte sein Sohn das chemische Laboratorium leiten, Longomontanus den Mond, Franz Tengnagel die Venus und Kepler den Mars bearbeiten, wobei Tycho die Oberleitung in den Händen behalten sollte. Tengnagel, ein adeliger Böhme, war auf der Uranienburg Tychos Schüler gewesen; er wurde im Frühjahr 1601, kurze Zeit vor Tychos Tod, dessen Schwiegersohn, indem er seine Tochter Elisabeth Brahe heiratete. Tycho hielt grosse Stücke auf ihn; später wurde derselbe kaiserlicher Bibliothekar und Rat.

Tychos Arbeitsplan kam aber nie zur rechten Ausführung, trotzdem Kepler es nicht an sich fehlen liess. Im Mai 1601 war Kepler nochmals in Geschäften nach Graz gereist. Nach seiner Rückkehr kam es zwischen ihm und Tycho wieder zu neuen Streitigkeiten; aber nur zu bald wurde das vielfach unangenehme Verhältnis zwischen den beiden Männern durch den Tod gelöst. An einem Gastmahl in Prag zog Tycho sich ein schweres Blasenleiden zu, infolge dessen er von furchtbaren Delirien befallen wurde. In einem lichten Augenblicke rief der Sterbende seinen Mitarbeiter Kepler an das Krankenlager und bat ihn, er möge, trotz seiner Hinneigung zum kopernikanischen Weltsystem, die planetarischen Erscheinungen im Geiste seines eigenen, des tychonischen Systems darzustellen versuchen. Wenige Stunden nachher, am 24. Oktober 1601, verschied der grosse Astronome mit dem Ausrufe: „Ich habe nicht umsonst gelebt."

Unter den astronomischen Werken Tychos, die er alle in lateinischer Sprache herausgegeben hat, ist neben seinem Prachtwerk „Astronomiæ instauratæ mechanica", welches eine Beschreibung und Gebrauchsanweisung seiner astronomischen Instrumente enthielt, und welches er 1598 dem Kaiser Rudolf II. gewidmet hatte, noch besonders die „Astronomiæ instauratæ progymnasmata" (2 Tle. Kopenhagen 1589, Prag 1603, Frankfurt 1610) zu erwähnen.

Der I. Teil dieses Buches: «*De nova stella anni 1572*». enthält insbesondere die ausführlichen Beobachtungen und Ortsverzeichnisse des neuen Sterns in der Kassiopeia vom J. 1572, daneben noch die Darstellung der Bewegung der Sonne, des Mondes und der Gestirne. Der II. Teil: «*De cometa anni 1577*» behandelt die neuen Erscheinungen in den obern Luftregionen der Erde, die Kometen und besonders den Kometen des J. 1577. Im 8. Kapitel dieses Buches

findet sich die Einführung und ausführliche Entwicklung seines, des Tychonischen Weltsystems.

Die nicht gedruckten Briefe Tychos wurden nach seinem Tode zerstreut, es befinden sich Sammlungen davon in der k. k. Hof-Bibliothek in Wien, in der Bibliothek in Pulkowa, in Kopenhagen und in Basel. In der Universitätsbibliothek in Basel befindet sich ein Band mit 90 Briefen von Tycho und ein zweiter Band mit 40 Briefen an Tycho, unter diesen der früher erwähnte des Barons Hoffmann. Wie und wann diese Briefe nach Basel kamen, weiss man nicht. Gesammelt wurden dieselben um die Mitte des 18. Jahrhunderts von Dr. jur. Werner Huber. Die Briefe stammen alle aus Tychos letzten Lebensjahren. Ein Teil derselben wurde 1887 von Prof. Fr. Burkhardt herausgegeben. (Wissenschaftl. Beilage zum Bericht über das Gymnasium Basel. Schulj. 1886/87).

Die kostbare Sammlung seiner astronomischen und übrigen Instrumente kaufte Kaiser Rudolf II.; sie wurden nach der Schlacht am weissen Berge grösstenteils vernichtet, nur noch 2 seiner Sextanten befinden sich, wie schon früher erwähnt, im astronomischen Museum in Prag. Ein grosser Himmelsglobus aus Messing, der 5000 Thaler gekostet hatte, kam nach mancherlei Irrfahrten wieder nach Kopenhagen, wo er beim Brand des königlichen Schlosses im Jahre 1728 zerstört wurde. In Kopenhagen wurde im Jahre 1876 dem berühmten Astronomen ein Standbild errichtet.

Fünfzig Jahre nach Tycho Brahes Tode besuchte der französische Bischof Daniel Huet die Insel Hven, er fand aber von der einst so prächtigen Uranienburg nichts mehr übrig, kaum eine Spur der Mauern. Weder der Pfarrer, noch die Einwohner wussten etwas von Tycho, sogar der Name war ihnen fremd; nur ein Greis erinnerte sich dunkel, die Sternwarte gesehen zu haben.

Schon 2 Tage nach Tychos Tod wurde Kepler von Kaiser Rudolf zu dessen Nachfolger als kaiserl. Mathematicus und Astronome gewählt. Aber den letzten Wunsch Tychos zu erfüllen, vermochte Kepler in seiner Wahrheitsliebe nicht. Er war vollkommen überzeugt von der Richtigkeit des Kopernikanischen Systems, auf dessen Grund allein ein Fortschritt der Astronomie möglich war, und so sank das Tychonische Vermittlungssystem zugleich mit seinem Schöpfer ins Grab. Wie hoch aber Kepler, trotz aller vorübergehender Irrungen, seinen Meister, Tycho Brahe, zu schätzen wusste, geht aus dem

schönen Gedicht „Elegia in obitum D. Tychonis Brahe“ hervor, welches er ihm nach seinem Tode gewidmet hat. Es war dies um so begreiflicher, als auch sein eigener Ruhm mit demjenigen Tychos auf das innigste verkettet war.

Wahrlich Tycho Brahes Leben war nicht umsonst gewesen. Einundzwanzig Jahre lang hatte er Material gesammelt für eine Neubearbeitung der sog. Rudolfinischen Tafeln (von Tycho zu Ehren von Kaiser Rudolf II. so benannt), welche die veralteten und unbrauchbar gewordenen alfonsinischen und die prutenischen Tafeln (von Erasmus Reinhold im 16. Jahrhundert unter Herzog Albrecht von Preussen erstellt) ersetzen sollten. Diese Tafeln dienten dazu, den Lauf eines Planeten für jede beliebige Zeit zu berechnen. Schon Tycho hatte mit der Ausarbeitung derselben begonnen, Keplers Aufgabe war es nun, dieselben zu Ende zu führen.

Weitaus wichtiger aber als diese Berechnung war, dass auf Grund von Tychos grossartigen, mit grösster Sorgfalt und Genauigkeit ausgeführten Beobachtungen des Planeten Mars, Kepler seine berühmten, im Jahre 1609 bekannt gemachten 3 Gesetze fand, nämlich:

1. Alle Planeten bewegen sich in Ellipsen um die Sonne, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

2. Die vom Leitstrahl des Planeten in gleichen Zeiten überstrichenen Flächenräume sind einander gleich.

3. Die Quadrate der Umlaufszeiten zweier Planeten verhalten sich wie die Kuben ihrer mittleren Sonnenabstände.

Durch diese Fundamentalsätze wurde die Kopernikanische Ansicht von der Einrichtung unseres Sonnensystems vervollkommnet und bewiesen, so dass seine Gegner verstummen mussten. Diese Errungenschaft war nur möglich mit Hilfe des Tychonischen Beobachtungsmaterials. Ohne dieses hätte auch ein Kepler die Rätsel der Bewegung der Himmelskörper unseres Sonnensystems nicht auflösen können; denn Keplers Augenlicht war zu schwach, als dass er alle notwendigen Beobachtungen hätte selbst anstellen können.

Es ist ein merkwürdiges Zusammentreffen, dass mit der Neugeburt der beobachtenden und wissenschaftlichen Astronomie, innerhalb eines verhältnismässig eng begrenzten Zeitraumes, die grossen Bahnbrecher sich unmittelbar aneinanderreihen. Auf Kopernikus (1473—1543) folgt Tycho Brahe (1546—1601), auf diesen und noch teilweise mit ihm zusammenwirkend, einerseits in Deutschland

Johannes Kepler (1571—1630), anderseits in Italien Galileo Galilei (1564—1642), welch letzterer durch Verbindung der Astronomie und der Physik der physischen Astronomie oder Astrophysik den Weg bahnte, und im Todesjahr Galileis (1642) erblickte in England einer der grössten Geister der Menschheit, Isaak Newton, das Licht der Welt. Dieser setzte den Schlusstein zu dem Gebäude, das seine grossen Vorgänger errichtet hatten, durch die Entdeckung des Gravitationsgesetzes, nach welchem alle Körper unseres Sonnensystems von der Sonne mit einer Kraft angezogen werden, welche ihrer Masse direkt und dem Quadrat ihrer Entfernung von der Sonne umgekehrt proportional ist. Damit waren die Ursachen der Bewegung der Himmelskörper und die treibenden Kräfte, auf welche sich keiner von Newtons Vorgängern eingelassen hatte, erklärt. Die Keplerschen Gesetze und somit das Kopernikanische System ergaben sich nun als notwendige Folge dieses Gravitationsgesetzes. Die Beobachtung und Bahnbestimmung der Doppel- und mehrfachen Sterne hat gezeigt, dass nach diesem Gesetze nicht nur dunkle Körper, Planeten um Sonnen, sondern auch Sonnen um Sonnen kreisen, so dass das Newton'sche Gravitationsgesetz nicht nur in unserm Sonnensystem gilt, sondern auch in den unermesslich weit entfernten Regionen der Fixsternwelt.

E. Kissling.

1. Meeresmolasse im Emmenthal.

(Eingereicht den 5. Dez. 1901.)

Bis dahin wurden die mächtigen Nagelfluhmassen des Napfgebiets ausschliesslich als obere Süsswassermolasse gedeutet und als solche auch auf Blatt 13 der geologischen Karte eingetragen, obschon diese Altersbestimmung einzig auf zwei weit von einander entfernte Fundpunkte (Blapbach und Huttwyl) von Land- resp. Süsswasserconchylien sich stützte und die Hauptmasse der Napfschichten als fossilleer galt.

Nachdem ich einen weit verbreiteten, fossilreichen, der oberen Süsswassermolasse angehörenden Mergel- und Sandsteinhorizont im ganzen Napfgebiet nachgewiesen, ist es mir gelungen, auch die Meeresmolasse in das Ilfisthal hinein bis in die Gegend zwischen Langnau und Trubschachen zu verfolgen. Die betreffenden Profile sind aufgeschlossen in zwei Seitengräben der Ilfis, nämlich im Golgraben und im Ilfisgraben.

1. Der Golgraben mündet von der rechten Seite her, bei der Bärau, ins Hauptthal ein. In seinem untersten Teile treffen wir, etwas nördlich von Kammershaushüsli und auf dem rechten Ufer der Gol, einen Nagelfluhabsturz an. In die oberen Nagelfluhbänke schieben sich grobkörnige Sandsteinlagen ein, die in grosser Zahl Steinkerne von **Cardium multicostatum** Brocc. enthalten.

Weiter oben im Graben, beim Weiler Vogelsang, kommt der kleinere Neumattgraben zwischen den Höfen Vorder- und Hinter-Neumatt ins Thal hinunter. Von Quote 790 an aufwärts sind hier sichtbar:

1. weiche, graue, mergelige Molasse mit einzelnen Nagelfluhbänken.
2. harte, hellgraue, grobkörnige Molasse.
3. Nagelfluh.

Die Schicht No. 2 enthält einige Geröllschnüre und zahlreiche in Reihen angeordnete Knollen von roten und gelben Mergeln. Ich sammelte:

Lamna cuspidata Ag. 12 Ex.
Fischschuppen.
Steinkern einer ? Tapes.

Die tiefsten, im Golgraben anstehenden Schichten gehören also unzweifelhaft der **Meeresmolasse** an.

Als Hangendes der marinen Schichten folgen im 250 m weiter nördlich gelegenen Fledérbachgraben die Schichten der **obern Süsswassermolasse.**

? Vegetation.
1. 0.27 Sandsteinbank.
2. 0.20 braune Mergel.
3. 3.20 grünl. Mergel.
4. 0.10 kohlige Mergel mit **Helix inflexa** Klein.
5. 1.50 helle, plattige Mergel mit Pflanzenresten.
6. Nagelfluhdach.

Noch weiter nördlich, im Mattenbach, nehmen die Süsswasserschichten Kohlenflözchen auf. Sie streichen unter dem Hochgrat durch und erscheinen wieder im obern Frittenbach, wo sie im Kohlerengraben, der bei Moosacker in den Hauptgraben ausläuft, sehr schön aufgeschlossen sind. Im obern Teil des Seitengrabens steht Nagelfluh an; dann folgen:

1. 0.90 m blau grauer Sandstein.
2. 0.15 graue kalkige Mergel.
3. 0.10 grünl. Mergel.
4. 0.40 blaugraue mergelige Sandsteine.
5. 3.50 grauer Sandstein.
6. 0.60 blaue Mergel mit Kohlenschmitzen.
7. 1.90 graue Mergel.
8. 0.50 bläuliche und bräunliche, sandige Mergel.
9. 0.02 Kohle.
10. 0.10 dunkle fette Mergel.
11. 0.01 Kohle.
12. 0.03 blaue Mergel.
13. 0.21 harte Sandsteinbank mit Planorben.
14. 4.00 Sandstein.

Schicht Nr. 3 und 4 enthalten:
Glandina inflata var. porrecta Gob. — häufig.
Patula euglyphoides Sandb.

Helix inflexa Klein.
Pupa Schübleri Klein.
Cyclostoma consobrinum Mayer — sehr häufig.
Melanopsis Kleini Kurr.
Carpolithes spec.

In der Schicht 10 kommen vor:

Patula euglyphoides Sandb.
Helix Leymeriana Noul. — häufig.
Pupa Schübleri Klein.
Ancylus deperditus Desm.
Planorbis declivis Sandb.

2. Der Ilfis- oder Aspigraben öffnet sich Langnau gegenüber bei Ilfis. Von Quote 800 an finden wir eine Sandstein- und Mergelzone in zahleichen Abrissen zu beiden Seiten des Bachbettes. Bemerkenswert ist eine Bank von hellgrauem, grobkörnigem Sandstein mit zahlreichen Mergelknauern. Sie enthält:

Lamna cuspidata Ag. sehr häufig.
Fischschuppen.

Darüber folgen dünnplattige, graue Sandsteine mit

Mactra triangula Ren. sehr häufig.
Tapes spec.

Die marine Molasse schliesst nach oben ab mit einer Nagelfluhbank. Ihr Hangendes wird gebildet aus blaugrauen Mergeln, in denen ein kohliges Band mit dünnen Streifen von Pechkohle sich hinzieht und die bereits der oberen Süsswassermolasse angehören. Sie streichen hinüber in den Hühnerbachgraben, wo sie Kohlenflözchen führen und Land- und Süsswasserconchylien nebst unbestimmbaren Pflanzenresten enthalten. Ich habe im Hühnerbachgraben gesammelt:

Patula cf. lunula Thomae.
Clausilia Escheri Mayer.
Pupa Schübleri Klein.
Helix inflexa Klein.
Helix Leymeriana Noulet.
Ancylus deperditus Desm.
Lymnaea dilatata Noul.
Planorbis solidus Thomae.

Die zwei mitgeteilten Profile haben einige stratigraphische Bedeutung. Bekanntlich stellt Kaufmann in seinem bathrologischen Schema der Molasse[1]) die sog. Aargauerschichten (Meeresmolasse des Bantiger, von Signau, Burgdorf etc.) in das Niveau der Oeningerschichten (Süsswassermolasse von Langnau, des Napf etc.). «Die

[1]) Beiträge zur geol. Karte der Schweiz. XXIV. 564.

letzteren sind auf Blatt XIII repräsentiert durch die an Nagelfluh sehr reichen Napfschichten. Es ist das Gebiet der Fontane, der Trub, der Gol und der beiden Frittenbäche, teilweise auch die Gebirgspartie der Hochwacht zwischen Langnau und Eggiwyl. Zur Linken der Emme, um Signau und Lauperswyl, nimmt die Nagelfluh bedeutend ab, der Sandstein zu und es stellen sich die ersten marinen Petrefakten ein.»[1]) «Im Bernbiet, gegen den Westrand der Karte, ist das Ober-Miocän nicht mehr limnisch (ob. Süsswassermolasse), sondern diese vorher limnische Schichtmasse wird in immer zahlreicher werdenden Niveaux marin (obere Meeresmolasse = Berner- und Aargauerschichten).»[2]) Gerade für einen Teil des Gebiets am Westrande der Karte (Blatt XIII) aber habe ich nachgewiesen, dass die obere Süsswassermolasse nicht in die marine Molasse übergeht, sondern dass sie von der letzteren unterteuft wird. Die Meeresmolasse des Ilfisthales hängt zusammen mit den marinen Schichten des Schwendlenbads, von Häutligen etc. Eine ausführliche Darstellung der bezüglichen Verhältnisse wird in einer späteren, grösseren Arbeit erfolgen.

2. Stachel eines Rochen aus der Meeresmolasse des Belpberges.

Reste von Rochen gehören nicht gerade zu den häufigen Vorkommnissen der bernischen Meeresmolasse. Von der bekannten Fundstelle im Marbachgraben am Belpberg z. B. kennen wir nur einige Mahlzähne von *Zygobates Studeri* Ag. und eine Hautplatte von *Trygon*. Um so erfreulicher ist ein Fund, den neulich Herr stud. med. Tièche an der genannten Lokalität machte; es betrifft dies den Stachel eines Rochen.

Der sich langsam und gleichmässig verschmälernde Stachel, an dem leider Spitze und Basis fehlen, besitzt eine Länge von 8 cm; unten ist er stark abgeplattet (Durchmesser $^{11}/_{6}$ mm), oben fast kreisrund (Durchmesser 4,5 mm).

Die Oberseite ist unregelmässig gerieft. Doch vereinigen sich die einzelnen Furchen nach und nach in ihrem Verlaufe, so dass nach der Spitze hin deren nur noch 2 vorhanden sind.

Die Unterseite des Stachels zeigt feine Längsstreifung.

[1]) Beiträge zur geol. Karte der Schweiz. XXIV. 563.

[2]) Beiträge zur geol. Karte der Schweiz. XXIV. 561.

Auf eine Länge von 6 cm. ist er beidseitig mit schwachen, nur wenig gebogenen Zähnchen besetzt. Diese nehmen in der unteren Partie des Stachels rasch an Grösse ab und verschwinden endlich vollständig.

Der Stachel besitzt am meisten Aehnlichkeit mit dem von Agassiz abgebildeten *Myliobates Owenii.*

3. Neue Fundstelle fossiler Pflanzen aus der Molasse der Bäuchlen (Entlebuch).

Auf der Westseite der Bäuchlen, zwischen Höchhofarneli und Rothenfluhspitz ist in einer Runse, die bei Vorder-Dorbach in die Hilferen mündet, folgendes Profil sichtbar:

1. Graue Molasse mit Kohlenschmitzen, die unregelmässig, wurzelartig im Gestein verlaufen.
2. 0.45 m graue, sandige Mergel.
3. 0.02 Kohlenschiefer.
4. 0.15 dunkle, kohlige Mergel.
5. 1.20 bräunl. Kalkmergel.

Ich sammelte in kurzer Zeit

aus Schicht 4: *Sabal major* Ung. Ein vollständiger Fächer mit 8 cm langem Stiel und 4 cm. langer Rhachis. Ein zweites Exemplar mit 14 cm. langen Strahlen.

aus Schicht 5: *Cinnamomum spectabile* Heer — sehr häufig.
" *polymorphum* Br.
Unio Lavateri Münst. in schönen Schalenexemplaren.
Unio spec. nov.
Melania spec.
Flügeldecke eines Rüsselkäfers. Die Skulptur ist dieselbe wie bei **Rhina**. (*Rh. barbirostris* Fab.)

Der Fundort verdient besser ausgebeutet zu werden.

Von der Bäuchlen citiert Kaufmann eine einzige Fundstelle im Graben bei Oberlammberg[1]), von wo er erhielt:

Myrica dryandraefolia Brongn.
Salix macrophylla Heer.
Taxodium distichum Rich.

[1]) Beiträge zur geol. Karte der Schweiz. XXIV. 395.

4. Weitere Funde von Arctomysresten aus dem bernischen Diluvium.

Zu den 1897[1]) beschriebenen neuen Fundstellen von Arctomysüberresten aus der Umgegend von Bern (Sommerwohnung bei Stettlen, Winterwohnung im Steinibach bei Belp) können heute einige weitere hinzugefügt werden.

1. *Krauchthal.* Nordwestlich vom Dorfe erhebt sich der Mooshubel 681 m, aus fluvioglacialem Material bestehend, welches in 2 grossen Kiesgruben abgebaut wird. In der Grube auf der Südseite des Hügels wechseln Kiesbänke mehrfach ab mit Sandschichten, die von einigen wenigen Lehmbändern durchzogen sind.

An der untern Grenze einer Sandschicht von 0.5 m Mächtigkeit, aber noch im Sande, bemerkt man die Oeffnung eines Ganges von 2 m Länge und 0.20 m. Durchmesser, und 2.20 m. davon entfernt, einen zweiten, etwas höher gelegenen Gang von 1.20 m Länge.

Im ersten Gang lag ein Murmelthierskelett, von dem leider wegen der geringen Aufmerksamkeit, welche die Arbeiter in der Regel derartigen Vorkommnissen schenken, nur einige wenige Teile erhalten geblieben sind, nämlich ein paar Wirbel, Tibia und Fibula und ein Radius.

Immerhin ist der Umstand beachtenswert, dass das Skelett in einer Röhre aufgefunden wurde, die man wohl als Fluchtröhre deuten darf.

2. *Biglen.* Während des Baues der Linie Burgdorf—Thun wurde in der Riedhalde südwestlich von Biglen, am Abhange eines flachen Hügels eine Kiesgrube geöffnet. 2.50 m unter dem Kamm des Hügels und von dessen nordöstlicher Flanke circa 6 m einwärts gerechnet, stiessen die Arbeiter auf eine Höhlung, «wie etwa Kaninchen sie machen». Sie führte wagrecht in den Hügel hinein und war etwas gebogen. Darin lagen Knochen theilweise geordnet beisammen, wurden aber durch das Ausgraben stark beschädigt und gingen z. T. verloren. Durch die Vermittlung von Herrn Sekundarlehrer Gammeter in Biglen kamen die sorgfältig gesammelten Reste ins hiesige Museum. Die Knochen gehören mindestens 3 Individuen von *Arctomys Marmotta* an; es finden sich noch vor:

[1]) Kissling: Neue Funde von diluvialen Arctomysresten aus der Umgegend vor Bern. Mitteilungen d. nat. Ges. Bern 1897.

Von ausgewachsenen Exemplaren:

Ein vollständiger Schädel.
Ein rechter Oberarmknochen.
Ein rechter und ein linker Femur.
Eine linke und zwei rechte Beckenhälften.
Eine rechte Tibia.
Das Kreuzbein und eine Anzahl Wirbel.

Von einem jungen Tiere ein rechter und ein linker Femur.

In derselben Kiesgrube, 30 m von der eben genannten Stelle entfernt, wurde kürzlich ein weiterer Fund gemacht.

$2^1/_2$ m unter dem Moränenkamm gewahrte man eine aufsteigende, kleine Höhlung, die mit faustgrossen Geröllen angefüllt war. Indem man diesen Gang weiter verfolgte, stiess man auf das vollständige intakt gebliebene Skelett eines Murmeltiers, das leider bei der ersten Berührung zusammenfiel. Das Ende des 1 m 50 cm langen Ganges war wiederum mit Steinen verstopft und lag $1^1/_2$ m unter der Oberfläche, an der Grenze von Kies und der auflagernden lehmigen Grundmoräne.

Ohne Zweifel haben wir hier ein neues typisches Beispiel einer Murmeltier-Fluchtröhre in einer alten Moräne des Aargletschers vor uns.

Die mir durch Herrn Gammeter übermittelten Knochen stammen von einem sehr grossen Individuum her. Es sind vorhanden:

Der etwas defekte Schädel.
Die Schulterblätter, Oberarm- und Vorderarmknochen.
Beide Beckenhälften und Oberschenkelknochen, die linke *Tibia*.
Das Kreuzbein, zahlreiche Wirbel und Rippen.

3. *Jensberg.* Am östlichen Ende des Jensberges liegen auf den Schichtköpfen des Nord fallenden Muschelsandsteins fluvioglaciale Schotter, aufgeschlossen in einer mächtigen Kiesgrube, die sich nördl. vom Dorfe Studen, am Fusse der sog. Bergäcker befindet.

Von dort erhielt die Museumssammlung einen Schädel, den rechten Oberarmknochen, den rechten Oberschenkelknochen und die beiden Beckenhälften eines ausgewachsenen Tieres; ferner 2 rechte Oberschenkelknochen und eine Unterkieferhälfte, welche einem jungen Tiere angehörten.

4. *Heimberg.* Beim Abtrag des Waldstrassenstücks der in Ausführung begriffenen Spitalheimberg-Schnittweierstrasse fand man in einer Tiefe von 3 m in einer Sand- und Kiesschicht die obere

Schädelhälfte eines Murmeltiers. Das Stück wurde in verdankenswerter Weise von den Burgerbehörden von Thun dem hiesigen Museum übermittelt.

5. Lehmgerölle in fluvioglacialem Sand.

Bei Anlass der Erstellung eines neuen Anstaltsgebäudes für die andwirtschaftliche Schule auf der Rütti bei Zollikofen wurde ein interessantes Profil blossgelegt.

In einem Anschnitt auf der Nordseite des Neubaues waren sichtbar:

1. 0.20 m Humus.
2. 0.20 heller Sand.
3. 0.40 brauner, gebänderter, sandiger Lehm.
4. 0.20 heller Sand.
5. 0.50 brauner, gebänderter, sandiger Lehm.
6. 0.70 heller Sand. Darin Lehmbänder mit kleinen Geschieben.
7. 0.40 grober Sand mit einzelnen grösseren Geschieben.

An mehreren Geschieben aus Schicht No. 6 waren deutliche Kritzen bemerkbar, woraus der glaciale, resp. fluvioglaciale Charakter der ganzen Ablagerung unzweideutig hervorgeht.

In der Schicht No. 7 nun lagen zu Hunderten Lehmgerölle der verschiedensten Grösse und Gestalt. Die kleinsten erreichen kaum die Grösse einer Haselnuss; es giebt aber auch solche von einem Durchmesser von 15 cm. Einige sind vollkommen rund, eigentliche Lehmkugeln; andere besitzen mehr abgeplattete oder ellipsoidische Gestalt, oder sie zeigen die bekannte Geschossform mit beidseitig zugespitzten Enden. Alle bestehen aus dem gelben Lehm, wie er die Bänder der Schicht No. 6 zusammensetzt, und sind umkrustet von einer dünnen Sandschicht.

Die Bildung dieser Lehmgerölle erklärt sich ungezwungen durch die Annahme eines Wasserlaufes, welcher Stücke von Lehmbändern abgerissen, auf dem Transport gerollt und dann deponiert hat, ein Vorgang, der heute noch in gewissen Wildbachgebieten beobachtet werden kann. Im untern Teil des Sammelkanals, zum Teil auch im Schuttkegel des Lammbachs z. B. waren grosse Kugeln bis zu 30 cm. Durchmesser, aus dem blauen Verwitterungslehm der Berriasschiefer bestehend, nicht selten anzutreffen.

Für die fluvioglacialen Ablagerungen der Schweiz ist, wie ich glaube, das oben beschriebene Vorkommnis neu.

Die Grundbegriffe
der
Iterationsrechnung.

Einleitung.

Die erste mathematische Operation, die der Mensch ausführte, war die *Addition*.

Indem die Addition wiederholt auf dieselbe Grösse angewandt wurde, entstand ein neuer Begriff, die *Multiplikation*.

Die Wiederholung oder «Iteration» der Multiplikation führte weiter zur *Exponentialfunktion*, der einfachsten Transzendenten.

Von da an verliess man den Weg, durch Iteration einer bekannten Funktion zu «höheren» Funktionen aufzusteigen, indem man in der Summen- und Integralrechnung eine ergiebige Quelle zur Auffindung neuer Funktionen entdeckte. In der That, die einfache Operation des Integrierens auf einen algebraischen Ausdruck angewandt, hat die Entstehung einer ganz neuen Funktion von merkwürdigen Eigenschaften zur Folge. Indem man dieses Prinzip auf alle bekannten und die neu gefundenen Funktionen anwandte, wurde die Analysis durch eine ungeahnte Menge neuer Funktionen bevölkert.

Nun liegt aber der Gedanke nahe, auch den alten Weg von neuem zu betreten, und zu versuchen, ob nicht die *Iteration* ganz allgemein ein Mittel zur Auffindung neuer Funktionen abgeben könne. Die Untersuchung lehrt, dass diese Operation der Integration an Fruchtbarkeit völlig ebenbürtig ist.

Wenden wir nämlich eine beliebige Funktion n-mal auf sich selbst an, so stellt der erhaltene Ausdruck in seiner Abhängigkeit von n eine neue Funktion dar, die ich die *Iteralfunktion* der ursprünglichen Funktion heisse. Diese ist allerdings zunächst nur für ganzzahlige Werte von n bestimmt. Um zu für alle Werte ihres Arguments definierten Funktionen zu gelangen, bieten sich dann zwei Wege dar.

Der erste Weg ist der historische. Man geht von der nur für ganzzahliges n abgeleiteten Formel aus und sucht an Hand einer geeigneten Definition ihre Bedeutung für den Fall, dass n negativ oder gebrochen wird. Auf diese Weise erhielt man z. B. aus der ganzzahligen Potenz die Exponentialfunktion.

Die andere Methode zieht es vor, das Unendlichkleine gleich am Anfang einzuführen. Iteriert man nämlich einen Ausdruck von der Form $\xi + \delta f(\xi)$, worin δ unendlich klein ist, n mal, und lässt dann n so ins Unendliche wachsen, dass $n \cdot \delta$ endlich bleibt, so konvergiert der erhaltene Ausdruck im allgemeinen gegen eine Funktion von $n \cdot \delta = x$, welche eben die Iteralfunktion ist. So führt z. B. die Iteration von $\xi + \delta \cdot \xi$ direkt auf

$$\lim_{n = \frac{x}{\delta}} (1 + \delta)^n \cdot \xi = \xi \cdot e^x.$$

Durch diese beiden Methoden zerfällt der Iterationscalcül in zwei ziemlich selbständige Zweige. Der eine hat mehr algebraischen, der andere mehr funktionen-theoretischen Charakter.

Es ist von Nutzen, die durch Iteration gefundenen Funktionen nach ihrer Entstehung in *Stufen* verschiedener Ordnung einzuteilen. Kennen wir bereits sämtliche Funktionen der n^{ten} Stufe, so wird der Umfang der nächst höheren Stufe folgendermassen festgelegt. Zunächst bestimmen wir zu allen Funktionen n^{ter} Stufe ihre Iteralfunktionen. Wenden wir dann diese (und ihre Inversen) auf sich selbst und auf sämtliche Funktionen der unteren Stufen in endlicher Anzahl und in allen möglichen Kombinationen an, so erhalten wir eine Gesamtheit von Funktionen, die wir in Erweiterung des bekannten, für die Algebra aufgestellten Begriffs, füglich einen «*Körper*» heissen dürfen.

Dieser Körper heisst «zur $(n+1)^{ten}$ Stufe gehörig» und enthält offenbar sämtliche zu den unteren Stufen gehörigen Körper. Nehmen wir diese letzteren alle weg, so bleiben die Funktionen der $(n+1)^{ten}$ Stufe übrig.

Die bisher bekannten Funktionen gehören höchstens den 4 ersten Stufen an.

Die erste Stufe enthält nur eine einzige Funktion von einer Variablen, nämlich $f(\xi) = \xi + a$, die Addition. Ich heisse sie hier «*Protofunktion*».

Die zweite Stufe enthält zunächst die durch Anwendung von Multiplikation und Division gebildeten rationalen Funktionen, sodann

deren Inverse, die algebraischen Funktionen. Sie heissen hier zusammen *Deuterofunktionen.*

Die dritte Stufe der *Tritofunktionen* entspringt durch Iterieren der Deutero-Stufe. Dahin gehören vor allem die Abel'schen Funktionen.

Die nächst folgende *Tetra-Stufe* ist beinahe noch gar nicht untersucht. Hieher sind wohl die aus Iteration von $a^{\frac{x}{x}}$ entspringende Funktion, ferner Funktionen wie $\int \frac{dx}{\log x}$. $\int e^{-x^2} dx$ etc. zu rechnen, doch existiert wohl noch kein Beweis, dass sie nicht doch noch am Ende dem Körper der Tritofunktionen angehören.

Es zeigt sich nämlich sofort eine Schwierigkeit. Gleichwie nicht jedes Integral einer algebraischen Funktion notwendig transzendent sein muss, sondern algebraisch bleiben kann, so führt auch nicht die Iteration einer jeden Funktion immer zu einer höheren Stufe. So z. B. liefert $1 + \frac{x}{x}$ die Iteralfunktion $\frac{x}{n} + \frac{x}{x}$, die in Bezug auf n wiederum linear ist.

Es ist daher bei jeder Iteration zu prüfen, ob die erhaltene neue Funktion nicht etwa zur selben Stufe zurückführt. Daher ist auch gar nicht vorauszusehen, ob *Pentafunktionen* existieren oder nicht, und wir stehen so vor der interessanten Möglichkeit, dass die Mannigfaltigkeit analytischer Verhältnisse einer ähnlichen Beschränkung unterliegt, wie sie bei räumlichen Beziehungen durch den Mangel einer vierten Dimension eintritt.

Man sieht nun bald, dass die Funktionen, die wir durch Iteration erhalten können, im wesentlichen zusammenfallen mit denen, die das Integralprinzip liefert. Man findet weiter, dass der Grund dazu in einer merkwürdigen Analogie liegt, die zwischen der Summen- und Integralrechnung einerseits und dem Iterationscalcül anderseits herrscht, eine Analogie, die man füglich als *Dualismus* bezeichnen darf.

Schon äusserlich entspricht der Summenrechnung eine endliche Iterationsrechnung, dem Integrationscalcül eine infinitesimale «Iteralrechnung». Wie das Integrieren durch das Differenzieren aufgehoben wird, so steht dem Iterieren eine inverse Operation gegenüber, die ich *Revertieren* heisse. Deutlicher wird der Dualismus im Lauf dieser Arbeit hervortreten. Am klarsten tritt er bei der infinitesimalen Iteration (die hier nicht mehr behandelt werden konnte) zu

Tage. Dort lässt sich nämlich beweisen, dass die Funktion von $n \cdot \delta = x$. die man durch Iterieren von

$$\xi + \delta \cdot f(\xi)$$

in der oben geschilderten Weise erhält, genau die Inverse ist, von der Funktion, die durch Integrieren von

$$\frac{\delta x}{f(x)}$$

entsteht.

So führt z. B. die Funktion $f(\xi) = \sqrt{1 - \xi^2}$ beim ersten Verfahren auf den Sinus, beim zweiten auf den Arcussinus. Beide Rechnungsarten unterstützen und ergänzen sich also.

Die Iteration behandelt also die Fragen der Summen- und Integralrechnung von einer andern Seite. Indem die bekannten Probleme vom Standpunkt der Iteration aus neu zu beleuchten sind, eröffnet sich ein weites Arbeitsfeld. Es schien mir nun angemessen, vor der Behandlung der höheren Teile der Theorie die einfachen Begriffe und formalen Operationen der gewöhnlichen Iterationsrechnung in elementarer Weise darzulegen und an leichten Beispielen zu erläutern. Dies ist in vorliegender Arbeit geschehen. Da es sich hier vorläufig nur um die formalen Beziehungen handelt, so ist auf Schwierigkeiten, wie sie bei der wirklichen Ausführung durch Mehrdeutigkeit, Unstetigkeit etc. eintreten können, keine Rücksicht genommen. Dabei verbot der notwendige Rahmen der Arbeit auf einzelne Probleme näher einzugehen. Aus demselben Grunde musste auch die infinitesimale Iteration, die einer strengeren Behandlung bedarf, weggelassen werden.

Bevor ich beginne, will ich einige Bezeichnungen, die ich beständig brauchen werde, schon hier auseinandersetzen.

Sind $\varphi(\xi)$, $f(\xi)$ Funktionen, so bezeichne ich ihre Inversen durch einen über das Funktionszeichen gesetzten Strich, also mit $\bar{\varphi}(\xi)$, $\bar{f}(\xi)$. Es ist also immer $f\bar{f}(\xi) = \bar{f}f(\xi) = \xi$. Ebenso, wenn n simultane, unabhängige Funktionen der n Variablen $\xi_1, \xi_2, \cdots \xi_n$ vorgelegt sind

$$y_k = f_k(\xi_1, \xi_2, \cdots \xi_n) \qquad (k = 1, 2, \cdots n), \qquad (A)$$

so bezeichne ich die n Funktionen, die durch Auflösung dieses Systems nach den ξ entstehen, mit $\bar{f}_1, \bar{f}_2, \cdots \bar{f}_n$, so dass also

$$f_1(\bar{f}_1(y_1 \cdots y_n), \bar{f}_2, \cdots \bar{f}_n) = y_1, \cdots f_k(\bar{f}_1, \cdots \bar{f}_n) = y_k \qquad \text{ist.}$$

Ein solches System von n unabhängigen Funktionen von n Variablen nenne ich kurz ein «*n-System*», und verwende für dasselbe statt der Schreibweise (A) oft auch die folgende:

$$(y_1, \cdots y_n) = (f_1 \cdots f_n)\,(\xi_1 \cdots \xi_n), \qquad (B)$$

wo der letzte eingeklammerte Ausdruck $(\xi_1 \cdots \xi_n)$ meist weggelassen wird. Soll in dieses System ein zweites

$$(\varphi_1 \cdots \varphi_n)\,(\xi_1 \cdots \xi_n)$$

substituiert werden, so deute ich dies durch einen dazwischen gestellten Strich | an, also in diesem Fall durch

$$(f_1 \cdots f_n)\,(\xi_1 \cdots \xi_n) \mid (\varphi_1 \cdots \varphi_n)\,(\xi_1 \cdots \xi_n)$$

oder kürzer $$(f_1 \cdots f_n) \mid (\varphi_1 \cdots \varphi_n).$$

Die Substitution ist so auszuführen, dass an Stelle von ξ_k im ersten System $\varphi_k(\xi_1 \cdots \xi_n)$ gesetzt wird. Das Resultat der Substitution wird geschrieben:

$$(f_1 \cdots f_n)\,(\varphi_1 \cdots \varphi_n)\,(\xi_1 \cdots \xi_n).$$

Diese Schreibweise ermöglicht, mehrfache Substitutionen von Funktionensystemen durch blosses Aneinanderreihen von Klammern auszudrücken. Die Grössen, in welche substituiert wird, bezeichne ich durchweg durch die Buchstaben ξ, η, ζ, so dass, wenn die f noch andere Variable enthalten, nie ein Zweifel über den Ort, wo substituiert werden soll, eintritt.

§ 1.

Es sei $f(\xi)$ eine Funktion von ξ. Indem wir $f(\xi)$ an Stelle von ξ setzen und dies n mal wiederholen, d. h. $f(\xi)$ iterieren, so erhalten wir einen Ausdruck, der den *Substituenten* ξ und die *Iterationsvariable n* enthält. Ich bezeichne ihn mit

$$J^n f(\xi).$$

Dieser Ausdruck, als Funktion von ξ betrachtet, heisst «*iterierte Funktion n^ter Ordnung*», als Funktion von n betrachtet aber «*Iteralfunktion*» oder kurz «*die Iterale*» von $f(\xi)$.

Beide Begriffe verhalten sich zueinander wie Potenz und Exponentialfunktion, in welche sie übergehen, wenn $f(\xi) = a \cdot \xi$ ist.

Sind allgemein ν unabhängige Funktionen $f_1, f_2, \cdots f_\nu$ der Variablen $\xi_1, \xi_2, \cdots \xi_\nu$ gegeben, oder kurz ein «ν-System», und setzen wir hierin wiederholt $f_k(\xi_1 \cdots \xi_\nu)$ für ξ_k ein, so erhalten wir ν Iteralfunktionen, die ich mit

$$J_1^n(f_1 \cdots f_\nu), \quad J_2^n(f_1 \cdots f_\nu), \cdots \quad J_\nu^n(f_1 \cdots f_\nu)$$

bezeichne. Die Funktionen f selbst heissen in Bezug auf ihre Iterale «*Stammfunktionen*».

Für das Iterationszeichen J gelten die Regeln

$$J_k^a(f_1 \cdots f_n) \mid J_k^b(f_1 \cdots f_n) = J_k^{a+b}(f_1 \cdots f_n) \qquad 1.$$

$$J_k^a \mid (J_k^b \mid J_k^c) = (J_k^a \mid J_k^b) \mid J_k^c. \qquad 2.$$

Es gilt also für das Iterieren wie für das Addieren das *commutative* und das *associative* Gesetz.

Zunächst ist das Symbol J^n nur für ganzzahlige Werte von n definiert. Wir können aber die Bedeutung sofort auf beliebiges n erweitern, wenn wir $J^n f(\xi)$ als diejenige Funktion von n und ξ definieren, für welche die Beziehungen 1. und 2. gelten und welche für ganzzahlige n die n^{te} Iterierte von $f(\xi)$ ist.

Nach dieser Feststellung, die für Funktionensysteme ganz entsprechend ist, ergiebt sich leicht die Bedeutung von J^n für negative und gebrochene n. Es ist nämlich

$$J^0 f(\xi) = \xi, \quad J_k^0(f_1 \cdots f_\nu) = \xi_k, \quad J_k^{-1}(f_1 \cdots f_\nu) = f_k, \cdots J^{-n} f(\xi) = J^{\overline{n}} f(\xi).$$

Weiter bedeutet $J^{\frac{1}{n}} f(\xi)$ diejenige Funktion, deren n^{te} Iterierte die gegebene Funktion $f(\xi)$ ist. Speziell für $f(\xi) = \xi$ ist $J^{\frac{1}{n}}(\xi)$ eine cyclische Funktion. So ist

$$J^{\frac{1}{3}} \frac{\xi}{1+\xi} = \frac{3\xi}{\xi+3}, \qquad J^{-\frac{1}{2}}(\xi^2) = \xi^{\pm\sqrt{\frac{1}{2}}}.$$

Für die Iterale von $f(\xi)$ gilt offenbar die Relation

$$J^{n+1} f(\xi) = f\, J^n f(\xi),$$

oder, wenn wir von nun an statt n x als Iterationsvariable wählen, und dieselbe nach Obigem als beliebig reelle Grösse ansehen, — falls wir noch $J^x f(\xi) = \varphi(x)$ setzen

$$\varphi(x+1) = f\varphi(x). \qquad 3.$$

Ebenso genügt $J_k^x(f_1 \cdots f_\nu) = \varphi_k(x)$ der Relation

$$\varphi_k(x) = f_k[\varphi_1(x-1),\ \varphi_2(x-1), \cdots \varphi_\nu(x-1)], \quad (k = 1 \cdots n). \qquad 4.$$

Umgekehrt, sind $(\varphi_1 \cdots \varphi_\nu)$ Lösungen der Gleichung (4), so sind sie zugleich die Iteralfunktionen der $(f_1 \cdots f_\nu)$. Setzen wir nämlich auf den rechten Seiten von (4) für $\varphi_k(x-1)$ den Wert ein, der aus (4) folgt, wenn x—1 für x gesetzt wird, und fahren so fort, so folgt wirklich

$$\varphi_k(x) = J_k^x(f_1 \cdots f_\nu)(\xi_1 \cdots \xi_\nu) \qquad (k = 1, 2 \cdots \nu).$$

wenn die willkürlichen Grössen $\varphi_1(o), \varphi_2(o), \cdots \varphi_\nu(o)$ resp. gleich $\xi_1, \cdots \xi_\nu$ gesetzt werden. Diese letzteren kann man als Konstanten oder allgemeiner als Funktionen von x mit der Periode 1 ansehen. Da aber die letztere Annahme in den wenigsten Fällen auf die weitere Rechnung einen Einfluss übt, so können wir hier davon abstrahieren und sagen:

Satz I. Die Iteralfunktionen eines ν-Systems $(f_1 \cdots f_\nu)$ sind durch dasselbe völlig bestimmt bis auf die Anfangswerte $\varphi_1(o), \cdots \varphi_\nu(o)$. Letztere können beliebigen Konstanten gleichgesetzt werden.

Das System (4) kann übrigens auch als Differenzengleichung aufgefasst werden, woraus sich ergiebt, dass die Lösung von (4) sowohl als Problem der Summen- wie der Iterationsrechnung aufgefasst werden kann. Nun kann man aber jede beliebige Differenzengleichung auf ein simultanes System von Gleichungen erster Ordnung zurückführen. *Es kann daher jedes Problem der Summenrechnung auch als Problem der Iterationsrechnung aufgefasst werden.*

Eine Gleichung $G[\varphi(x+k), \varphi(x+k-1), \cdots \varphi(x)] = 0$ (5) wird man allerdings hauptsächlich in der Differenzenrechnung behandeln. Man kann ihr aber, dem in der Einleitung erwähnten Dualismus gemäss, eine andere Gestalt geben, in der sie speziell zu einer Aufgabe der Iterationsrechnung wird.

Wir setzen nämlich in (5) $x = \bar{\varphi}(\xi)$, wo $\bar{\varphi}$ die Inverse von φ ist. Dann wird also $\varphi\bar{\varphi}(\xi) = \xi$. Setzen wir ferner

$$\varphi(1+\varphi\xi) = f(\xi), \tag{6}$$

so folgt sofort:

$$ff(\xi) = \varphi(1+\varphi\varphi(1+\bar{\varphi}\xi)) = \varphi(2+\varphi\xi).$$
$$fff(\xi) = \varphi(3+\varphi\xi).$$

Schreiben wir noch zur Bequemlichkeit $J^k f(\xi) = f^{(k)}(\xi)$, so wird unsere Gleichung (5) transformiert in

$$G[f^{(k)}(\xi), f^{(k-1)}(\xi), \cdots f(\xi), \xi]. \tag{7}$$

Diese Gleichung stellt die *Aufgabe, aus einer Relation zwischen den verschiedenen Iterierten einer Funktion diese Funktion selbst zu finden.* Aus der Gleichung (6), die man auch schreiben kann

$$\varphi(x+1) = f\varphi(x),$$

sieht man, dass $\varphi(x)$ einfach die Iteralfunktion von $f(\xi)$ ist.

Analog können wir auch simultane Differenzengleichungen, z. B.

$$\begin{aligned} &G\ \varphi(x+k_1),\ \psi(x+h_1), \cdots \varphi(x),\ \psi(x) = 0 \\ &H\ \varphi(x+k_2),\ \psi(x+h_2), \cdots \varphi(x),\ \psi(x) = 0 \end{aligned} \tag{7a}$$

umformen. Wir setzen nämlich $\varphi(x) = \xi$, $\psi(x) = \eta$ und bestimmen zwei Funktionen $f(\xi, \eta)$, $g(\xi, \eta)$ so, dass

$$\varphi(x+1) = f(\varphi(x), \psi(x)), \qquad \psi(x+1) = g(\varphi(x), \psi(x)),$$

was, wie wir sehen werden (Satz VII), auf unendlich viele Arten möglich ist. Dann ergiebt sich offenbar wieder, dass φ, ψ die Iteralen von f und g sind, d. h. es wird

$$\varphi(x+k) = J_1^k(f, g)(\xi, \eta) = f^{(k)}(\xi, \eta)$$
$$\psi(x+h) = J_2^h(f, g)(\xi, \eta) = g^{(h)}(\xi, \eta),$$

wodurch die Gleichungen 7a eine (7) analoge Gestalt annehmen.

Ist endlich eine partielle Differenzengleichung vorgelegt

$$G[\varphi(x+k, y+h), \cdots \varphi(x, y)] = 0, \tag{8}$$

so wählen wir eine beliebige Funktion $\psi(x, y)$, die etwa einer Gleichung genügt

$$H[\psi(x+k_0, y+h_0), \cdots \psi(x, y)] = 0, \tag{9}$$

setzen alsdann $\varphi(x, y) = \xi$, $\psi(x, y) = \eta$, also $x = \overline{\varphi}(\xi, \eta)$, $y = \overline{\psi}(\xi, \eta)$ und bestimmen zwei Funktionen f, g, so dass

$$\varphi(1+\varphi, \psi) = f(\xi, \eta) \qquad \varphi(\varphi, 1+\psi) = f_0(\xi, \eta)$$
$$\psi(1+\varphi, \overline{\psi}) = g(\xi, \eta) \qquad \psi(\overline{\varphi}, 1+\overline{\psi}) = g_0(\xi, \eta).$$

Dann ergiebt sich ohne weiteres

$$\varphi(2+\varphi, \psi) = f(f, g); \qquad f_0(f_0, g_0) = \varphi(\varphi, 2+\psi)$$
$$\psi(2+\varphi, \overline{\psi}) = g(f, g); \qquad g_0(f_0, g_0) = \psi(\overline{\varphi}, 2+\overline{\psi}).$$

Allgemein erhält man für die Iterierten von (f, g), (f_0, g_0)

$$\varphi(k+\overline{\varphi}, \psi) = J_1^k(f, g)(\xi, \eta) = f^{(k)}; \quad \varphi(\varphi, h+\overline{\psi}) = J_1^h(f_0, g_0)(\xi, \eta) = f_0^{(h)}$$
$$\psi(k_0+\overline{\varphi}, \overline{\psi}) = J_2^{k_0}(f, g)(\xi, \eta) = g^{(k_0)}; \quad \psi(\varphi, h_0+\overline{\psi}) = J_2^{h_0}(f_0, g_0)(\xi, \eta) = g_0^{(h_0)},$$

worin natürlich k, h, k_0, h_0 ganze Zahlen bedeuten. Es wird dann z. B.

$$\varphi(k+x, h+y) = \varphi(k+\overline{\varphi}, h+\psi) = f^{(k)}(f_0^{(h)}(\xi, \eta), g_0^{(h)}(\xi, \eta)) \text{ etc.}$$

Setzen wir diese Werte in (8), (9) ein, so verwandeln sich diese Differenzengleichungen in Relationen zwischen den Iterierten von (f, g), (f_0, g_0), und umgekehrt kann jede solche Relation durch Einführung der Funktionen φ, ψ in eine Differenzengleichung verwandelt werden.

Alle solche Relationen zwischen Iterierten verschiedener Ordnung fasse ich unter dem Namen *Iteralgleichungen* zusammen. Das Problem,

das eine Iteralgleichung stellt, ist von hohem Interesse. Da die Lösungen eine oder mehrere willkürliche Konstanten involvieren, so sind die Funktionen f oft ganz verschiedener Natur, besitzen aber trotzdem ein und dieselbe Iteralfunktion $\varphi(x)$. Sind algebraische Lösungen vorhanden, so gehören diese meistens zu einer merkwürdigen Klasse von algebraischen Funktionen, für die ich den Namen «körpertreue Funktionen» gebrauche. Ich begnüge mich, ein einfaches Beispiel zu rechnen.

Beispiel. Die Funktion $f(\xi)$ soll aus der Gleichung

$$ff(\xi) = \frac{1}{2} f(\xi)^2 - \xi^2 \cdot f(\xi) + \frac{1}{2} \xi^4 \tag{10}$$

bestimmt werden.

Statt (10) können wir auch schreiben

$$2ff - f^2 = \xi^2 (2f - \xi^2), \qquad \text{woraus}$$

$$\sqrt{2ff - f^2} = \xi \sqrt{2f - \xi^2}.$$

Hiernach erkennt man sofort die Richtigkeit der beiden Gleichungen:

$$\begin{aligned} \frac{f + \sqrt{2ff - f^2}}{2} &= \left[\frac{(\xi + \sqrt{2f - \xi^2})}{2} \right]^2 \\ \frac{f - \sqrt{2ff - f^2}}{2} &= \left[\frac{(\xi - \sqrt{2f - \xi^2})}{2} \right]^2 \end{aligned} \tag{11}$$

Nimmt man beiderseits die Logarithmen, so erkennt man, dass der Ausdruck

$$\frac{\log\left(\frac{\xi + \sqrt{2f - \xi^2}}{2}\right)}{\log\left(\frac{\xi - \sqrt{2f - \xi^2}}{2}\right)}$$

sich nicht ändert, wenn $f(\xi)$ an die Stelle von ξ gesetzt wird. Definiert man daher $f(\xi)$ durch die Gleichung

$$\frac{\log\left(\frac{\xi + \sqrt{2f - \xi^2}}{2}\right)}{\log\left(\frac{\xi - \sqrt{2f - \xi^2}}{2}\right)} = \text{Const.} = C. \tag{12}$$

so ist diese Bedingung offenbar erfüllt, d. h. es gilt dann

$$\frac{\log\left(\frac{f + \sqrt{2ff - f^2}}{2}\right)}{\log\left(\frac{f - \sqrt{2ff - f^2}}{2}\right)} = \frac{\log\left(\frac{\xi + \sqrt{2f - \xi^2}}{2}\right)}{\log\left(\frac{\xi - \sqrt{2f - \xi^2}}{2}\right)} \tag{13}$$

Wir haben dann in f eine Lösung unserer Iteralgleichung (10), sobald wir noch zeigen können, dass aus (12) rückwärts wieder (10) sich als notwendige Folge ergiebt.

Die Gleichung (12) für f wird einfacher, wenn wir die Exponenten nehmen und setzen

$$\frac{\xi-\sqrt{2f-\xi^2}}{2}=y, \text{ also } f(\xi)=(\xi-y)^2+y^2. \tag{14}$$

Es ergiebt sich dann y aus der Gleichung

$$y^C=\xi-y. \tag{15}$$

Nehmen wir $\frac{1}{C}$ statt C, so folgt $(\xi-y)^C=y$, d. h. es vertauscht sich einfach y mit $(\xi-y)$. Da aber $f(\xi)$ nach (14) in beiden symmetrisch ist, so sieht man, dass zu reciproken Werten von C dasselbe $f(\xi)$ gehört.

Für rationale Werte von C wird $f(\xi)$ algebraisch. Z. B. wird für

$$\begin{array}{lll} C=\infty, & y=1 & f(\xi)=1+(\xi-1)^2 \\ & y=0 & f(\xi)=\xi^2 \\ C=1 & y=\frac{\xi}{2} & f(\xi)=\frac{\xi^2}{2} \\ C=-1 & y=\frac{\xi\pm\sqrt{\xi^2-4}}{2} & f(\xi)=\xi^2-2 \\ C=2 & y=\frac{-1\pm\sqrt{1+4\xi}}{2} & f(\xi)=\xi^2+3\xi+1\mp(\xi+1)\sqrt{1+4\xi} \end{array} \tag{15a}$$

Man überzeugt sich leicht, dass diese Funktionen die Gleichung (10) befriedigen.

Es bleibt nun noch der Nachweis zu leisten, dass die Gleichung (12) oder die beiden Gleichungen (13), (15) zusammen wieder auf die Relationen (11) und somit (10) zurückführen. Aus (13) zieht man zunächst die beiden Gleichungen

$$\frac{f+\sqrt{2ff-f^2}}{2}=\left(\frac{\xi+\sqrt{2f-\xi^2}}{2}\right)^{\gamma(\xi)};$$

$$\frac{f-\sqrt{2ff-f^2}}{2}=\left(\frac{\xi-\sqrt{2f-\xi^2}}{2}\right)^{\gamma(\xi)},$$

wo $\gamma(\xi)$ konstant oder von ξ abhängig sein kann. Es ist also zu zeigen, dass $\gamma=2$ ist. Addieren wir beide Gleichungen, führen y ein und für f seinen Wert aus (14), so erhalten wir:

$$(\xi-y)^2+y^2=(\xi-y)^\gamma+y^\gamma. \tag{16}$$

Diese Gleichung muss für y dieselben Werte liefern wie (15). Eliminieren wir $(\xi-y)$ mit Hilfe von (15), so resultiert:

$$y^2+y^{2C}=y^{\gamma(\xi)}+y^{\gamma(\xi)\cdot C}. \tag{16a}$$

Diese Gleichung wird erfüllt für $y=0$, $y=1$, d. h. für $f=\xi^2$ und $f=1+(\xi-1)^2$, welches beides Lösungen von (10) sind. Schliessen wir diese Werte von y aus und setzen $y^2+y^{2C}=\psi(y)$, so folgt

$$\psi(y)=\psi\left(y^{\frac{\gamma(\xi)}{2}}\right)=\psi\left(y^{\left[\frac{\gamma(\xi)}{2}\right]^2}\right)=\ldots\psi\left(y^{\left[\frac{\gamma(\xi)}{2}\right]^{\pm\infty}}\right).$$

Diese Gleichung kann dann nur bestehen, wenn $\gamma(\xi)=2$ ist.

Bestimmen wir endlich noch die gemeinsame Iteralfunktion $\varphi(x)$ aller der $f(\xi)$. Sie ist die vollständige Lösung der, (10) entsprechenden, Differenzengleichung

$$\varphi(x)=\frac{1}{2}\varphi(x-1)^2-\varphi(x-2)\cdot\varphi(x-1)+\frac{1}{2}\varphi(x-2)^2.$$

Man findet ohne Mühe

$$\varphi(x)=\alpha^{2^x}+\beta^{2^x}, \tag{17}$$

worin α, β willkürliche Konstanten bedeuten. Indem wir diese aus $\varphi(x)$, $\varphi(x+1)$, $\varphi(x+2)$ eliminieren, sodann $x=0$, $\varphi(0)=\xi$, $\varphi(1)=f(\xi)$, $\varphi(2)=ff(\xi)$ setzen, erhalten wir wieder die Gleichungen (11). Zugleich ergiebt sich

$$\frac{\log\alpha}{\log\beta}=C.$$

Alle die aus (14) und (15) folgenden Funktionen $f(\xi)$ führen also durch Iteration auf dieselbe Funktion (17), wobei nur die Werte der Konstanten α, β wechseln.

Wir kehren nun zu unserer allgemeinen Theorie zurück.

§ 2.

Die Theorie der Iteration stützt sich wesentlich auf das folgende *Fundamentaltheorem.*

Ist $F(\xi)=\varphi f\bar{\varphi}(\xi)$, so folgt $J^xF(\xi)=\varphi(J^xf)\,\bar{\varphi}(\xi)$,

d. h. wenn die Iterale von f bekannt ist, so ist es auch die von F. Auf Funktionen mehrerer Variablen angewandt, lautet das Princip:

Satz II.

Ist $(F_1, F_2 \ldots F_n) = (\varphi_1 \ldots \varphi_n)(f_1 \ldots f_n)(\varphi_1 \ldots \varphi_n)$ *und bezeichnen wir das Iteralsystem von* $(f_1 \ldots f_n)$ $(\xi_1 \ldots \xi_n)$ *kurz mit* $(f_1 \ldots f_n)^x$, *so gilt*

$$(F_1 \ldots F_n)^x = (\varphi_1 \ldots \varphi_n)(f_1 \ldots f_n)^x(\bar{\varphi}_1 \ldots \bar{\varphi}_n).$$

Die Iteration von $(F_1 \ldots F_n)$ ist dadurch auf die von $(f_1 \ldots f_n)$ zurückgeführt. Der Beweis des Satzes ergiebt sich durch den blossen Anblick.

In dem einfachsten Fall, in dem $f_1 = \xi_1 + 1$, $f_2 = \xi_2, \ldots f_n = \xi_n$ ist, lautet der Satz II speziell:

«Ist $F_k = \varphi_k\{1 + \varphi_1(\xi_1 \cdots \xi_n), \bar{\varphi}_2, \cdots \bar{\varphi}_n\}$ $(k = 1, \cdots n)$, so ist das Iteralsystem der F_k (A)

$$J_k^x(F_1 \cdots F_n) = \varphi_k\{x + \varphi_1, \varphi_2 \cdots \varphi_n\} \qquad (k = 1 \cdots n)».$$

Im Fall einer einzigen Funktion F heisst dies:

«aus $F(\xi) = \varphi(1 + \bar{\varphi}(\xi))$ folgt $J^x F(\xi) = \varphi[x + \bar{\varphi}(\xi)]$».

Der Satz II nimmt im Fall der infinitesimalen Iteration eine besonders einfache Gestalt an und hat alsdann ein duales Gegenstück in einem bekannten Satz der Integralrechnung, der im Fall einer einzigen Variablen so lautet:

«Ist das Integral von $f(\xi) \cdot d\xi$ bekannt, so ist es auch das von

$$f\varphi(\xi) \cdot d\varphi(\xi) = F(\xi) \cdot d\xi.»$$

In der That spielt dieser Satz in der Integralrechnung die gleiche Rolle wie der obige Satz II im Iterationscalcül.

Die Spezialisierung (A) führt uns nun zu einem neuen wichtigen Begriff.

Ist nämlich ein n-System gegeben $(\varphi_1, \cdots \varphi_n)(\xi_1 \cdots \xi_n)$, so bilden wir die folgenden n^2 Funktionen.

$$\begin{aligned}
&\varphi_1\{1 + \bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2, \cdots \bar{\varphi}_n\} = f_1^{(1)}, \quad \varphi_1\{\bar{\varphi}_1, 1 + \bar{\varphi}_2, \cdots \bar{\varphi}_n\} = f_1^{(2)}, \\
&\qquad\qquad \cdots \varphi_1\{\bar{\varphi}_1, \varphi_2, \cdots 1 + \bar{\varphi}_n\} = f_1^{(n)} \\
&\varphi_2\{1 + \bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2, \cdots \bar{\varphi}_n\} = f_2^{(1)}, \quad \varphi_2\{\bar{\varphi}_1, 1 + \bar{\varphi}_2, \cdots \bar{\varphi}_n\} = f_2^{(2)}, \\
&\qquad\qquad \cdots \varphi_2\{\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2, \cdots 1 + \bar{\varphi}_n\} = f_2^{(n)} \qquad (21) \\
&\text{— — — — — — — — — — — — — — — — — — —} \\
&{}_n\{1 + \bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2, \cdots \bar{\varphi}_n\} = f_n^{(1)}, \quad \varphi_n\{\bar{\varphi}_1, 1 + \bar{\varphi}_2, \cdots \bar{\varphi}_n\} = f_n^{(2)} \\
&\qquad\qquad \cdots \varphi_n\{\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2, \cdots 1 + \varphi_n\} = f_n^{(n)}.
\end{aligned}$$

Alsdann liefert die Iteration der Systeme $(f_1^{(1)} \dots f_n^{(1)})$, $(f_1^{(2)} \dots f_n^{(2)}) \dots$ die n^2 neuen Funktionen

$$\varphi_k\{x+\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2, \dots \bar{\varphi}_n\}, \quad \varphi_k\{\bar{\varphi}_1, x+\bar{\varphi}_2, \dots \bar{\varphi}_n\},$$
$$\dots \varphi_k\{\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2, \dots x+\bar{\varphi}_n\} \qquad (k = 1 \dots n), \qquad (22)$$

von denen je n mit dem Index k Spezialwerte der einen Funktion von n Variablen

$$\varphi_k(x_1, x_2, \dots x_n) \qquad \text{sind.} \qquad (23)$$

Die Gleichungen (21) lehren also eine Operation, durch welche man von den gegebenen $(\varphi_1 \dots \varphi_n)(x_1 \dots x_n)$ zu neuen Funktionen f gelangt, durch deren Iteration Spezialwerte der φ wieder erzeugt werden.

Im Fall einer einzigen Funktion $\varphi(x)$ giebt es nur eine solche Funktion

$$f(\xi) = \varphi(1+\bar{\varphi}\xi), \qquad (24)$$

deren Iterale offenbar $\varphi(x+\bar{\varphi}\xi)$, also wieder $\varphi(x)$ selbst ist.

Diese Operation ist also der Iteration gerade entgegengesetzt und verhält sich zu ihr, wie das Differenzenbilden zum Summieren. Ich nenne sie daher *Reversion* und das Resultat der Reversionen nach den verschiedenen Variablen, die Funktionen f, *partielle Reverse*.

Es ist von Vorteil, hier einige Bezeichnungen einzuführen.

Ich nenne die Funktionen $\varphi_1, \varphi_2, \dots \varphi_n$ eines n-Systems *homolog*, und dem entsprechend die partiellen Reverse nach derselben Variablen, also z. B.

$$f_1^{(1)} = \varphi_1(1+\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2, \dots), \quad f_2^{(1)} = \varphi_2(1+\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2, \dots) \dots$$
$$f_n^{(1)} = \varphi_n(1+\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2, \dots)$$

homologe Reverse

und ihre Iteralfunktionen

$$\varphi_1(x+\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2 \dots) \dots \qquad \varphi_n(x+\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2 \dots)$$

homologe Iteralfunktionen.

Dagegen sollen die Reverse ein und derselben Funktion nach den verschiedenen Variablen, als z. B.

$$f_k^{(1)} = \varphi_k(1+\bar{\varphi}_1, \varphi_2 \dots), \quad f_k^{(2)} = \varphi_k(\bar{\varphi}_1, 1+\bar{\varphi}_2, \dots), \dots$$
$$f_k^{(n)} = \varphi_k(\bar{\varphi}_1, \dots 1+\bar{\varphi}_n)$$

associerte Reverse heissen.

Alle die n^2 Iteralfunktionen in (22) heissen übrigens noch *partiell*, da sie sämtlich Spezialwerte der n Funktionen $(\varphi_1 \ldots \varphi_n)$ $(x_1 \ldots x_n)$ in (23) sind. Diese letztern bilden das *totale Iteralsystem* zu dem *totalen Reverssystem* (21).

Ausser den in (21) definierten Funktionen f werden wir aber auch die folgenden Ausdrücke

$\varphi_k(1 + \bar{\varphi}_1, 1 + \bar{\varphi}_2, \varphi_3, \ldots)$, $\varphi_k(1 + \bar{\varphi}_1, 1 + \varphi_2, 1 + \varphi_3, \ldots \bar{\varphi}_n$ etc.

als partielle Reverse bezeichnen, dieselben aber von den bisher besprochenen einfachen Reversen durch das Beiwort «*gemischt*» unterscheiden. Demgemäss werden auch die Funktionen

$\varphi_k(x_1 + \bar{\varphi}_1, x_2 + \bar{\varphi}_2, \ldots)$, $\varphi_k(x_1 + \varphi_1, x_2 + \varphi_2, x_3 + \bar{\varphi}_3, \ldots)$ etc.

gemischte Iteralfunktionen heissen.

Endlich werden wir gelegentlich auch Ausdrücke wie $\varphi(\bar{\varphi} + a)$ $\varphi_k(\varphi_1 + a, \bar{\varphi}_2 + b, \ldots)$, worin a, b Konstanten sind, als Reverse von φ in etwas allgemeinerem Sinn bezeichnen, da sie von den oben definierten nicht wesentlich verschieden sind.

Nach diesen notwendigen Feststellungen wollen wir nun die Eigenschaften unseres neuen Begriffs näher untersuchen.

§ 3.

Substituieren wir von 2 associerten Revers-Systemen

$$(f_1 \ldots f_n) = (\varphi_1 \ldots \varphi_n)\ (a + \bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2, \ldots \bar{\varphi}_n);$$

$$(g_1 \ldots g_n) = (\varphi_1 \ldots \varphi_n)\ (\bar{\varphi}_1, b + \bar{\varphi}_2, \ldots \bar{\varphi}_n)$$

das erste in das zweite, oder das zweite in das erste, so ist das Resultat beidemal dasselbe, nämlich

$$(\varphi_1 \ldots \varphi_n)\ (a + \bar{\varphi}_1,\ b + \bar{\varphi}_2, \ldots \bar{\varphi}_n).$$

Zwei Funktionen oder Funktionensysteme, die bei der Substitution ineinander das commutative Gesetz befolgen, heisse ich *commutativ*. Da nun also

$$f_k(g_1, \ldots g_n) = g_k(f_1 \ldots f_n) \qquad (k = 1, \ldots n), \qquad (25)$$

so haben wir den

Satz III. Associerte partielle Revers-Systeme sind commutativ.

Dieser Satz entspricht dualistisch der bekannten Relation

$$\Delta_\xi \Delta_\eta F(\xi, \eta) = \Delta_\eta \Delta_\xi F(\xi, \eta).$$

Es gilt nun aber auch der umgekehrte Satz, nämlich

Satz IV. *Sind zwei n-Systeme* $(f_1 \ldots f_n)$, $(g_1 \ldots g_n)$ *kommutativ, so sind sie associerte, partielle Reverse eines und desselben Funktionensystems* $(\varphi_1 \ldots \varphi_n)(x_1 \ldots x_n)$.

Beweis. Sind die beiden Systeme commutativ, so gilt

$$(f_1 \ldots f_n)(g_1 \ldots g_n) = (g_1 \ldots g_n)(f_1 \ldots f_n).$$

Substituieren wir beide Seiten in $(f_1 \ldots f_n)$ und bezeichnen allgemein ein n-fach iteriertes System mit $(f_1 \ldots f_n)^n$, so folgt successive

$$(f_1 \ldots f_n)^2 (g_1 \ldots g_n) = (f_1 \ldots f_n)(g_1 \ldots g_n)(f_1 \ldots f_n) = (g_1 \ldots g_n)(f_1 \ldots f_n)^2$$
$$(f_1 \ldots f_n)^3 (g_1 \ldots g_n) = (g_1 \ldots g_n)(f_1 \ldots f_n)^3$$

Allgemein haben wir für zwei ganze Zahlen x_1, x_2

$$(f_1 \ldots f_n)^{x_1} (g_1 \ldots g_n)^{x_2} = (g_1 \ldots g_n)^{x_2} (f_1 \ldots f_n)^{x_1}. \qquad (26)$$

Bezeichnen wir diese n Funktionen von x_1, x_2 und den ξ mit

$$\Phi_1(x_1, x_2; \xi_1 \ldots \xi_n), \quad \Phi_2(x_1, x_2; \xi_1 \ldots \xi_n), \ldots \Phi_n(x_1, x_2; \xi_1 \ldots \xi_n),$$

so gelten offenbar die beiden Gleichungen

$$(\Phi_1 \ldots \Phi_n)(x_1 + 1, x_2; \xi_1 \ldots \xi_n) = (f_1 \ldots f_n)(\Phi_1 \ldots \Phi_n)(x_1, x_2; \xi_1 \ldots \xi_n)$$
$$(\Phi_1 \ldots \Phi_n)(x_1, x_2 + 1; \xi_1 \ldots \xi_n) = (g_1 \ldots g_n)(\Phi_1 \ldots \Phi_n)(x_1, x_2; \xi_1 \ldots \xi_n). \qquad (27)$$

Setzen wir nun für $\xi_1 \ldots \xi_n$ willkürliche Funktionen von $n-2$ neuen Grössen $x_3, x_4, \ldots x_n$, so gehen die Funktionen Φ über in Funktionen $(\varphi_1 \ldots \varphi_n)$ der n Grössen $x_1, x_2, \ldots x_n$ und die beiden obigen Gleichungen werden zu den folgenden:

$$(\varphi_1 \ldots \varphi_n)(x_1 + 1, x_2, \ldots x_n) = (f_1 \ldots f_n)(\varphi_1 \ldots \varphi_n)(x_1 \ldots x_n)$$
$$(\varphi_1 \ldots \varphi_n)(x_1, x_2 + 1, \ldots x_n) = (g_1 \ldots g_n)(\varphi_1 \ldots \varphi_n)(x_1 \ldots x_n).$$

Bei der Wahl der genannten willkürlichen Funktionen hat man nur darauf zu achten, dass die $\varphi_1 \ldots \varphi_n$ von einander unabhängig werden, d. h., dass ihre Funktionaldeterminante nicht verschwindet. Dann kann man nämlich das System $(\varphi_1 \ldots \varphi_n)(x_1 \ldots x_n)$ umkehren und setzen:

$$x_1 = \varphi_1(\xi_1 \ldots \xi_n), \quad x_2 = \varphi_2(\xi_1 \ldots \xi_n), \ldots \quad x_n = \varphi_n(\xi_1 \ldots \xi_n),$$

wodurch wir die Funktionen f und g in der That als partielle Reverse der φ dargestellt erhalten. Zugleich sieht man, dass infolge der Willkürlichkeit der in (27) eingeführten Funktionen von $x_3 \ldots x_n$ unendlich viele solcher Funktionen φ existieren, sobald $n > 2$.

Satz V. *Sind n n-Systeme* $(f_1^{(1)} \ldots f_n^{(1)})$, $(f_1^{(2)} \ldots f_n^{(2)})$, .. $(f_1^{(n)} \ldots f_n^{(n)})$ *gegeben, von denen je zwei zueinander kommutativ sind, so bilden die* n^2 *Funktionen f ein totales Revers-System, d. h. es lässt sich dann ein bis auf n willkürliche Konstanten völlig bestimmtes System* $(\varphi_1 \ldots \varphi_n)$ $(x_1 \ldots x_n)$ *finden, für welches die Gleichungen (21) gelten.*

Beweis. Wir bestimmen zunächst die n partiellen Iteralsysteme

$$(f'_1 \ldots f'_n)^{x_1}, \quad (f_1^{(2)} \ldots f_n^{(2)})^{x_2} \ldots\ldots \quad (f_1^{(n)} \ldots f_n^{(n)})^{x_n}.$$

Bilden wir von diesen n Systemen das Substitutionsprodukt, so ist dieses nach der Annahme wenigstens für ganzzahlige $x_1 \ldots x_n$ von der Reihenfolge der Faktoren unabhängig und stellt also ein ganz bestimmtes System von n Funktionen der n Variablen $x_1 \ldots x_n$ vor, das wir schreiben

$$(\varphi_1 \ldots \varphi_n)\,(x_1 \ldots x_n) = (f'_1 \ldots f'_n)^{x_1}\,(f_1^{(2)} \ldots f_n^{(2)})^{x_2} \ldots (f_1^{(n)} \ldots f_n^{(n)})^{x_n}. \quad (28)$$

Diese Funktionen enthalten noch die Substituenten $\xi_1 \ldots \xi_n$, welche als willkürliche Konstanten betrachtet werden können. Da allgemein $(f_1 \ldots f_n)^0 = (\xi_1 \ldots \xi_n)$ ist, so sieht man sofort, dass

$$(\varphi_1 \ldots \varphi_n)\,(0, 0, \ldots 0) = (\xi_1 \ldots \xi_n) \text{ wird, d. h.}$$

$$\xi_1 = \varphi_1(0 \ldots 0), \quad \xi_2 = \varphi_2(0, \ldots 0), \ldots \quad \xi_n = \varphi_n(0, \ldots 0). \quad (29)$$

Es bleiben also die Anfangswerte der Funktionen φ beliebig.

Aus der Formel (28) zieht man noch die beiden folgenden

$$(\varphi_1 \ldots \varphi_n)\,(x_1\, 0 \ldots 0) = (f'_1 \ldots f'_n)^{x_1} :$$

$$\ldots (\varphi_1 \ldots \varphi_n)\,(0 \ldots 0\, x_n) = (f_1^{(n)} \ldots f_n^{(n)})^{x_n} \quad (30)$$

$$(\varphi_1 \ldots \varphi_n)\,(x_1 x_2 \ldots x_n)$$

$$= (\varphi_1 \ldots \varphi_n)\,(x_1 \ldots 0_n) \mid (\varphi_1 \ldots \varphi_n)\,(0\, x_2 \ldots 0) \ldots \mid (\varphi_1 \ldots \varphi_n)(0 \ldots x_n). \quad (31)$$

Es ist also das totale Iteralsystem das Substitutionsprodukt der n associerten partiellen Iteralsysteme.

Satz VI. *Zu jedem n-System* $(f_1 \ldots f_n)$ *können (falls* $n > 1$*) unendlich viele Systeme* $(\varphi_1 \ldots \varphi_n)$ *so bestimmt werden, dass* $f_1, f_2, \ldots f_n$ *homologe partielle Reverse eines jeden sind.*

Beweis. Bezeichnen wir für den Augenblick das Iteralsystem der $(f_1 \ldots f_n)$ mit $(\Phi_1 \ldots \Phi_n)(x_1; \xi_1 \ldots \xi_n)$, so gilt

$$(\Phi_1 \ldots \Phi_n)(x_1 + 1; \xi_1 \ldots \xi_n) = (f_1 \ldots f_n)(\Phi_1 \ldots \Phi_n)(x_1; \xi_1 \ldots \xi_n).$$

Setzen wir hierin für $\xi_1 \ldots \xi_n$ beliebige Funktionen der neuen Variablen $x_2 \ldots x_n$ ein und bezeichnen die so transformierten $(\Phi_1 \ldots \Phi_n)$ mit

$$(\varphi_1 \ldots \varphi_n)(x_1 \ldots x_n),$$

so geht das obige Gleichungssystem über in

$$(\varphi_1 \ldots \varphi_n)(x_1 + 1, x_2 \ldots x_n) = (f_1 \ldots f_n)(\varphi_1 \ldots \varphi_n)(x_1 \ldots x_n),$$

womit der Satz bewiesen ist. — Der Nutzen dieses Satzes ergiebt sich aus folgender Bemerkung. Bilden wir nämlich von den so gefundenen Funktionen φ die Reverse nach den Variablen $x_2, \ldots x_n$, so erhalten wir nach Satz III lauter zu $(f_1 \ldots f_n)$ kommutative Systeme. Das giebt das

Corollar: Zu jedem gegebenen n-System $(f_1 \ldots f_n)$ *kann, falls* $n > 1$ *ist, eine unendliche Anzahl kommutativer Systeme* $(g_1 \ldots g_n)$ *gefunden werden.*

Wir wollen nach dieser Methode ein *Beispiel* rechnen, indem wir die *Aufgabe* lösen, *zu den beiden linearen Funktionen*

$$f_1 = a\xi + b\eta \qquad f_2 = c\xi + d\eta \tag{32}$$

die allgemeine Form der zu ihnen kommutativen Funktionen g_1, g_2 *zu bestimmen.*

Wir suchen Grössen λ, μ, ω der Art, dass die Gleichung besteht

$$\lambda f_1 + \mu f_2 = \omega(\lambda\xi + \mu\eta)$$

und zwar findet man leicht

$$\lambda = c, \quad \mu = \omega - a; \quad \omega^2 - (a+d)\omega + (ad - bc) = 0.$$

Nehmen wir die beiden Werte ω_1, ω_2 von ω für verschieden an, bezeichnen wir ferner die partiellen Iteralfunktionen von f_1, f_2 mit $\Phi(x)$, $^xP(x)$, so hat man die Beziehungen

$$\begin{aligned} c\,\Phi(x) + (\omega_1 - a)\,{}^xP(x) &= \omega_1^x(c\xi + (\omega_1 - a)\eta) \\ c\,\Phi(x) + (\omega_2 - a)\,{}^xP(x) &= \omega_2^x(c\xi + (\omega_2 - a)\eta). \end{aligned} \tag{33}$$

Wir setzen nun für ξ, η willkürliche Funktionen einer neuen Variablen y ein, setzen also etwa

$$c\xi+(\omega_1-a)\eta = P(y), \qquad c\xi+(\omega_2-a)\eta = Q(y)$$

und schreiben für Φ, Ψ jetzt $\varphi(x, y)$ und $\psi(x, y)$, so gilt:

$$\begin{aligned} c\varphi(x,y)+(\omega_1-a)\psi(x,y) &= \omega_1^x \cdot P(y) \\ c\varphi(x,y)+(\omega_2-a)\psi(x,y) &= \omega_2^x Q(y). \end{aligned} \tag{34}$$

Wir berechnen nun die Ausdrücke

$$g_1 = \varphi(\bar{\varphi}, 1+\bar{\psi}) \qquad g_2 = \psi(\bar{\varphi}, 1+\bar{\psi}), \tag{35}$$

welches die gesuchten Funktionen sind. Zunächst bemerken wir durch Elimination von x aus (33), dass der Ausdruck

$$C(\varphi, \psi) = \frac{[c\varphi(x,y)+(\omega_1-a)\psi(x,y)]^{\frac{1}{\log\omega_1}}}{[c\varphi(x,y)+(\omega_2-a)\psi(x,y)]^{\frac{1}{\log\omega_2}}}$$

bloss Funktion von y ist, so dass wir umgekehrt y gleich einer willkürlichen Funktion $\Omega(C(\varphi, \psi))$ setzen können. Aus (34) ziehen wir dann

$$\begin{aligned} &c\psi(x, y+1)+(\omega_1-a)\psi(x, y+1) \\ &\quad = \omega_1^x Py \cdot \frac{P(y+1)}{Py} = \{c\psi(x,y)+(\omega_1-a)\psi(x,y)\}\frac{P(y+1)}{Py}. \end{aligned}$$

Setzen wir in dieser und der analogen Gleichung für $\omega_2 Fy$, $G(y)$ an Stelle von $\frac{P(y+1)}{P(y)}$, $\frac{Q(y+1)}{Q(y)}$, machen wir ferner

$$x = \bar{\varphi}(\xi, \eta), \qquad y = \Omega C(\xi, \eta) = \bar{\psi}(\xi, \eta)$$

und bedenken die Gleichungen (35), so erhalten wir

$$\begin{aligned} cg_1+(\omega_1-a)g_2 &= \{c\xi+(\omega_1-a)\eta\}F(\bar{\psi}) \\ cg_1+(\omega_2-a)g_2 &= \{c\xi+(\omega_2-a)\eta\}G(\bar{\psi}). \end{aligned}$$

Berechnen wir hieraus g_1, g_2, und schreiben für $\frac{F\Omega(t)}{c(\omega_2-\omega_1)}$, $\frac{G\Omega(t)}{c(\omega_2-\omega_1)}$ wieder $F(t)$, $G(t)$, so erhalten wir endlich:

$$\begin{aligned} g_1(\xi, \eta) &= (\omega_2-a)\{c\xi+(\omega_1-a)\eta\}FC(\xi\eta) \\ &\quad -(\omega_1-a)\{c\xi+(\omega_2-a)\eta\}GC(\xi\eta) \\ g_2(\xi, \eta) &= -c\{c\xi+(\omega_1-a)\eta\}FC(\xi\eta) \\ &\quad +c\{c\xi+(\omega_2-a)\eta\}GC(\xi\eta), \end{aligned} \tag{36}$$

worin $C(\xi, \eta) = \frac{[c\xi+(\omega_1-a)\eta]^{\frac{1}{\log\omega_1}}}{[c\xi+(\omega_2-a)\eta]^{\frac{1}{\log\omega_2}}}$ bedeutet.

F, G sind völlig willkürliche Funktionen. Die Formeln (36) enthalten die vollständige Lösung unserer Aufgabe für den Fall ungleicher Wurzeln ω.

Die Funktionen f_1, f_2, g_1, g_2, bilden zusammen ein totales Reverssystem, das die totalen Iteralen $\varphi(xy)$, $\psi(xy)$ hat.

Setzt man für F, G beliebige Konstanten A, B, so erhält man eine partikulare Lösung des Problems, aus der man also die allgemeine findet, indem man die Konstanten durch willkürliche Funktionen des Ausdrucks $C(\xi, \eta,)$ ersetzt. Diese Funktion $C(\xi\eta)$ hat die Eigenschaft, sich nicht zu ändern, wenn man an Stelle von ξ, η resp. $f_1(\xi\eta)$. $f_2(\xi\eta)$ setzt. Da sie demnach für alle Iterierten von (f_1, f_2) sich gleich bleibt, nenne ich sie eine *Coiterante* von (f_1, f_2).

Solche Coiteranten gibt es zu jedem System $(f_1 \cdots f_n)$. Man kann sie in der angegebenen Weise erhalten, indem man aus je zwei Iteralfunktionen die Iterationsvariable eliminiert. Sie spielen in dem Problem, die kommutativen Funktionen zu finden, eine Hauptrolle, indem sie dazu dienen, aus partikularen Lösungen mit willkürlichen Konstanten allgemeinere Lösungen herzustellen.

Zum Schluss dieses Paragraphen folge noch eine Bemerkung zur Theorie der Reverse. Es gelte nämlich zwischen den Funktionen $(f_1 \cdots f_n)$ eines n-Systems und den n Funktionen $\varphi_1 \cdots \varphi_n$ der r Variablen $x_1 \cdots x_r$ ein Gleichungssystem der Form

$$(\varphi_1 \ldots \varphi_n)(x_1 + 1, x_2, \ldots x_r) = (f_1 \ldots f_n)(\varphi_1 \ldots \varphi_n)(x_1 \ldots x_r) \quad (37)$$

Ist nun $r = n$, so sind, wie wir gesehen haben, $f_1 \cdots f_n$ durch diese Gleichungen als partielle Reverse der $\varphi_1 \cdots \varphi_n$ eindeutig bestimmt und können durch Einführung der Inversen der φ aus diesen leicht dargestellt werden.

Ist aber $r < n$, so sind die $\varphi_1 \cdots \varphi_n$ nicht von einander unabhängig, es existieren vielmehr $n - r$ Relationen zwischen ihnen. die wir etwa schreiben können

$$\varphi_1 = G_1(\varphi_1 \ldots \varphi_n), \quad \varphi_2 = G_2(\varphi_1 \ldots \varphi_n), \ldots \varphi_{n-r} = G_{n-r}(\varphi_1 \ldots \varphi_n).$$

Führen wir diese Ausdrücke für $\varphi_1 \cdots \varphi_{n-r}$ in die rechte Seite von (37) ein, so nimmt dieselbe die Gestalt an

$$(f'_1 \ldots f'_n)(\varphi_1 \ldots \varphi_n)(x_1 \ldots x_r).$$

Die Gleichung (37) bleibt also bestehen, wenn wir die f′ durch die f ersetzen, d. h. es gilt der Satz:

Satz VII. Besteht ein Gleichungssystem der Form (36), worin die φ gegebene Funktionen von weniger Variablen, als ihre Anzahl beträgt, sind, so giebt es im Allgemeinen noch unendlich viele Funktionen $f'_1 \cdots f'_n$, die für $f_1 \cdots f_n$ eingesetzt, das Gleichungssystem befriedigen.

§ 4.

Mit den Reversen sind gewisse andere Funktionen von 2 n Variablen $\xi_1 \cdots \xi_n \; \eta_1 \cdots \eta_n$ nahe verwandt, die wir durch folgende Gleichungen definieren

$$\varphi\,(\bar{\varphi}\,(\xi) + \varphi\,(\eta)) = \lambda\,(\xi, \eta) \tag{38}$$

$$\varphi_k\{\bar{\varphi}_1(\xi_1 \ldots \xi_n) + \bar{\varphi}_1(\eta_1 \ldots \eta_n);\ \ldots\ \bar{\varphi}_n(\xi_1 \ldots \xi_n) + \bar{\varphi}_n(\eta_1 \ldots \eta_n)\}$$
$$= \lambda_k \left\{ \begin{matrix} \xi_1, & \xi_2, \ldots \xi_n \\ \eta_1, & \eta_2, \ldots \eta_n \end{matrix} \right\} \quad (k = 1 \ldots n) \tag{39}$$

Es folgen hieraus sofort die andern

$$\varphi(x+y) = \lambda\,(\varphi\,(x),\ \varphi\,(y)). \tag{40}$$

$$\varphi_k\{x_1 + y_1,\ x_2 + y_2, \ldots\ x_n + y_n\}$$
$$= \lambda_k \left\{ \begin{matrix} \varphi_1(x_1 \ldots x_n), \ldots \varphi_n(x_1 \ldots x_n) \\ \varphi_1(y_1 \ldots y_n), \ldots \varphi_n(y_1 \ldots y_n) \end{matrix} \right\} \quad (k = 1 \ldots n). \tag{41}$$

Den Inhalt solcher Gleichungen nennt man bekanntlich ein *Additionstheorem*. Die Funktionen λ, λ_k, welche n Paare von Funktionen gewissermassen zu n Funktionen derselben Art (mit neuen Argumenten) zusammenbinden, heisse ich *Liganten*.

Die Liganten, nur als Funktionen der ξ betrachtet, sind partielle Reverse in weiterem Sinne, und als solche für jedes n-System völlig bestimmt. Wir haben so den Satz:

Satz VIII. Zu jedem n-System gehört ein bestimmtes Ligantensystem. Die ligierten Funktionen $\varphi_1 \ldots \varphi_n$ sind die Iteralfunktionen ihrer Liganten.

Trotz der Analogie mit den Reversen spielen doch die Liganten eine besondere Rolle. Ein Revers kann z. B. algebraisch sein, während es die zugehörige Ligante nicht ist. So ist der Revers von b^{a^x} gleich ξ^a, hingegen die Ligante $e^{\log \xi \,.\, \log \eta}$. Es kann daher eine Funktion Iterale einer algebraischen Funktion sein und doch kein algebraisches Additionstheorem besitzen.

Die Liganten zeichnen sich durch gewisse Eigenschaften aus, auf denen ihre Wichtigkeit beruht.

I. Setzen wir in (41) $y_1 = y_2 = \cdots y_n = 0$.

$$\varphi_1(0, \ldots 0) = \omega_1 \quad \ldots \quad \varphi_n(0, \ldots 0) = \omega_n$$
$$\varphi_1(x_1 \ldots x_n) = \xi_1 \quad \ldots \quad \varphi_n(x_1 \ldots x_n) = \xi_n,$$

so erhalten wir

$$\xi_k = \lambda_k \begin{vmatrix} \xi_1 \ldots \xi_n \\ \omega_1 \ldots \omega_n \end{vmatrix} \qquad (k = 1 \ldots n),$$

d. h. es giebt immer n von den ξ unabhängige Konstanten, $\omega_1 \ldots \omega_n$, welche, in $\lambda_k \begin{Bmatrix} \xi_1 \ldots \xi_n \\ \eta_1 \ldots \eta_n \end{Bmatrix}$ für $\eta_1 \ldots \eta_n$ eingesetzt, $\lambda_k = \xi_k$ machen.

II. Aus dem Anblick von (38), (39) ergiebt sich sofort

$$\lambda_k \begin{Bmatrix} \xi_1 \ldots \xi_n \\ \eta_1 \ldots \eta_n \end{Bmatrix} = \lambda_k \begin{Bmatrix} \eta_1 \ldots \eta_n \\ \xi_1 \ldots \xi_n \end{Bmatrix}.$$

III. Substituieren wir das System $(\lambda_1 \ldots \lambda_n) \begin{pmatrix} \xi_1 \ldots \xi_n \\ y_1 \ldots y_n \end{pmatrix}$ in das andere $(\lambda_1 \ldots \lambda_n) \begin{pmatrix} \xi_1 \ldots \xi_n \\ \eta_1 \ldots \eta_n \end{pmatrix}$ an Stelle der $\xi_1 \ldots \xi_n$, so resultiert

$$(\varphi_1 \ldots \varphi_n) [\varphi_1(\xi_1 \ldots \xi_n) + \varphi_1(\eta_1 \ldots \eta_n) + \varphi_1(y_1 \ldots y_n); \ldots .],$$

d. h. ein in den 3 Wertsystemen $(\xi_1 \ldots \xi_n)$, $(\eta_1 \ldots \eta_n)$, $(y_1 \ldots y_n)$ symmetrisches Funktionsystem.

Infolge der obigen drei Eigenschaften ist es möglich, für die Liganten die folgende, handlichere Schreibweise einzuführen. Ich setze nämlich

$$\lambda_k \begin{Bmatrix} \xi_1 \ldots \xi_n \\ \eta_1 \ldots \eta_n \end{Bmatrix} = (\xi_1 \ldots \xi_n) \frown_k (\eta_1 \ldots \eta_n) \qquad (k = 1 \ldots n)$$

und fasse diese n Gleichungen in die eine symbolische zusammen:

$$(\lambda_1 \ldots \lambda_n) \begin{Bmatrix} \xi_1 \ldots \xi_n \\ \eta_1 \ldots \eta_n \end{Bmatrix} = (\xi_1 \ldots \xi_n) \frown (\eta_1 \ldots \eta_n).$$

Wenn also das Ligantenzeichen $\frown$ keinen Index hat, bedeutet es das ganze System. Die Relationen I, II, III lassen sich dann so darstellen.

I. $(\xi_1 \ldots \xi_n) \frown (\omega_1 \ldots \omega_n) = (\xi_1 \ldots \xi_n)$.

II. $(\xi_1 \ldots \xi_n) \frown (\eta_1 \ldots \eta_n) = (\eta_1 \ldots \eta_n) \frown (\xi_1 \ldots \xi_n)$.

III. $$[(\xi_1 \ldots \xi_n) \frown (y_1 \ldots y_n)] \frown (\eta_1 \ldots \eta_n) \qquad (42)$$
$$= (\xi_1 \ldots \xi_n) \frown [(y_1 \ldots y_n) \frown (\eta_1 \ldots \eta_n)]$$
$$= (\xi_1 \ldots \xi_n) \frown (\eta_1 \ldots \eta_n) \frown (y_1 \ldots y_n).$$

Man sieht, dass man mit dem Zeichen $\frown$ gerade so operiert, wie mit dem Zeichen $+$ der Addition, die ja auch eine Ligante ist.

Die genannten drei Eigenschaften sind nun aber für die Liganten definitorisch und darin liegt auch ihre Wichtigkeit. Es gilt nämlich der folgende Satz:

Satz IX. *Alle Funktionen oder Funktionensysteme von 2 n Variablen, denen die Eigenschaften I, II, III zukommen, sind Liganten eines Systems von n Funktionen mit n Variablen.*

Beweis: Genügt das System $(\xi_1 \ldots \xi_n) \frown (\eta_1 \ldots \eta_n)$ den Gleichungen I, II, III, so findet man zunächst mit Hilfe von II, III

$$J^2(\xi_1 \ldots \xi_n) \frown (\eta_1 \ldots \eta_n) = (\xi_1 \ldots \xi_n) \frown \{(\eta_1 \ldots \eta_n) \frown (\eta_1 \ldots \eta_n)\}$$
$$J^3(\xi_1 \ldots \xi_n) \frown (\eta_1 \ldots \eta_n)$$
$$= (\xi_1 \ldots \xi_n) \frown \{(\eta_1 \ldots \eta_n) \frown (\eta_1 \ldots \eta_n) \frown (\eta_1 \ldots \eta_n)\}.$$

Bezeichnen wir allgemein den Ausdruck

$(\eta_1 \ldots \eta_n) \frown (\eta_1 \ldots \eta_n) \frown \ldots \frown (\eta_1 \ldots \eta_n)$, worin $(\eta_1 \ldots \eta_n)$ k mal vorkommt, mit $(\eta_1 \ldots \eta_n)^{\frown k}$, so findet man für das Iteralsystem von $(\xi_1 \ldots \xi_n) \frown (\eta_1 \ldots \eta_n)$ den Ausdruck

$$J^x(\xi_1 \ldots \xi_n) \frown (\eta_1 \ldots \eta_n) = (\xi_1 \ldots \xi_n) \frown (\eta_1 \ldots \eta_n)^{\frown x}. \qquad (43)$$

Für $x = o$ ergiebt sich daraus mit Hilfe von I die Bedeutung des Symbols $(\eta_1 \ldots \eta_n)^{\frown o}$, nämlich

$$(\eta_1 \ldots \eta_n)^{\frown o} = (\omega_1 \ldots \omega_n). \qquad (44)$$

Setzen wir nun in (43) $\xi_1 = \omega_1$, $\xi_2 = \omega_2, \ldots \xi_n = \omega_n$, so dass also $J^o = (\omega_1 \ldots \omega_n)$, $J^1 = (\eta_1 \ldots \eta_n)$ wird, setzen dann für $(\eta_1 \ldots \eta_n)$ der Reihe nach die Wertsysteme

$$(\eta'_1 \dots \eta'_n), \quad (\eta_1^{(2)} \dots \eta_n^{(2)}), \dots (\eta_1^{(n)} \dots \eta_n^{(n)})$$

ein und für x entsprechend $x_1, x_2, \dots x_n$, verbinden endlich die so erhaltenen n Iteralsysteme durch das Zeichen $-$, so ist das Resultat offenbar das n-System

$$(\eta_1 \dots \varphi_n)\ (x_1 \dots x_n)$$
$$= (\eta'_1 \dots \eta'_n)^{x_1} - (\eta_1^{(2)} \dots \eta_n^{(2)})^{x_2} - \dots (\eta_1^{(n)} \dots \eta_n^{(n)})^{x_n}. \qquad (45)$$

Setzt man hierin $x_k + y_k$ an Stelle von x_k, und ordnet die Glieder rechts passend um, was wegen II, III möglich ist, so erhält man sofort die Formel

$$(\varphi_1 \dots \varphi_n)\ (x_1 + y_1, \dots x_n + y_n)$$
$$= (\varphi_1 \dots \varphi_n)\ (x_1 \dots x_n) - (\varphi_1 \dots \varphi_n)\ (y_1 \dots y_n), \qquad (46)$$

welche von (41) nur durch die Schreibweise verschieden ist. Damit ist der Satz bewiesen.

Eine genauere Betrachtung zeigt übrigens, dass die Relationen I. II. schon in der dritten enthalten sind, so dass also die Eigenschaft III allein zur Definition der Liganten ausreicht.

Für $n = 1$ hat Abel zuerst den obigen Satz (aus der Annahme III) auf anderm Wege hergeleitet.

Bedenkt man, dass aus (45) folgt

$$(\varphi_1 \cdots \varphi_n)\ (x_1\, 0 \cdots 0) = (\eta'_1 \cdots \eta'_n)^{x_1} \quad \text{etc.},$$

so sieht man, dass sich (45) auch in der Form schreiben lässt:

$$(\varphi_1 \cdots \varphi_n)\ (x_1 \cdots x_n)$$
$$= (\varphi_1 \cdots \varphi_n)\ (x_1 \cdots 0) - (\varphi_1 \cdots \varphi_n)\ (0\, x_2 \cdots 0) - \cdots - (\varphi_1 \cdots \varphi_n)\ (0 \cdots x_n), \qquad (47)$$

d. h. in Worten:

Satz X. Alle Funktionen eines n-Systems lassen sich mit Hilfe der Liganten durch die n^2 Funktionen $(\varphi_1 \cdots \varphi_n)\ (x_1\, 0 \cdots 0)$ etc. von je nur einer Variablen ausdrücken.

Sind die Liganten algebraisch, so ist also auch diese Zurückführung algebraisch ausführbar. Den Satz X hat zuerst *Jacobi* am Beispiel der Abelschen Funktionen nachgewiesen.

Wir sind zu dem Begriff einer Ligante gelangt durch die Aufgabe, die Funktion einer Summe durch die Funktionen der einzelnen Sum-

manden auszudrücken. Diesem Problem steht offenbar dual das andere gegenüber, eine Summe von Funktionswerten durch einen einzigen Funktionswert darzustellen. Es ist bekannt, dass auch dieses Problem durch dieselben Liganten gelöst wird, und in diesem Umstand tritt der in der Einleitung erwähnte Dualismus besonders stark ans Licht.

Nimmt man nämlich auf beiden Seiten der Gleichungen (45) die Inversen $(\overline{\varphi_1}\cdots\overline{\varphi_n})$ und setzt $x_k = \overline{\varphi_k}(\xi_1\cdots\xi_n)$, $y_k = \overline{\varphi_k}(\eta_1\cdots\eta_n)$, so erhält man die gesuchte Darstellung

$$\overline{\varphi_k}(\xi_1\cdots\xi_n) + \varphi_k(\eta_1\cdots\eta_n) = \varphi_k(\lambda_1\cdots\lambda_n) \qquad (k = 1\cdots n),$$

worin der Kürze halber $(\lambda_1\cdots\lambda_n) = (\xi_1\cdots\xi_n) \frown (\eta_1\cdots\eta_n)$ gesetzt ist.

Die Wichtigkeit der Liganten beruht nun zum grossen Teil darin, dass sie sich leichter iterieren lassen als andere, oft scheinbar einfachere Funktionen; wenigstens gilt dies von den bisher allein in Betracht gezogenen algebraischen Liganten. Da man durch ihre Iteration direkt die ligierten Funktionen erhält, wie dies bereits *Abel* bei den elliptischen Funktionen ausgeführt hat, so erklärt sich, weshalb die Funktionen, welche algebraische Additionstheoreme besitzen, verhältnismässig leicht zugänglich sind.

§ 5.

Nachdem im Vorhergehenden die Grundoperationen der Iterationsrechnung, die Transformation (Satz II), die Reversion und die Ligantenbildung, in formaler Weise besprochen worden sind, ohne Rücksicht auf die spezielle Natur der Funktionen, werfen wir nun zum Schluss einen kurzen Blick auf das Verhalten der einzelnen Funktionen gegenüber der Iteration.

Indem man sich an das in der Einleitung auseinandergesetzte Schema von 4 Stufen erinnert, leuchtet ein, dass wir uns auf die Untersuchung der (algebraischen) Deuterofunktionen beschränken müssen, indem ja erst aus diesen die Tritofunktionen erschlossen werden sollen, was bisher nur unvollständig gelungen ist. Dabei zeigt sich gleich, dass die algebraischen Funktionen sich in gewisse Klassen sondern lassen, die bei der Iteration ein wesentlich verschiedenes Verhalten aufweisen. Darauf soll im Folgenden etwas eingegangen werden.

Die einfachsten Deuterofunktionen sind offenbar die *linearen*, da sie am nächsten der Protofunktion verwandt sind. Jedes Gleichungssystem von der Form:

$$f_k = A_0^{(k)} + A_1^{(k)}\,\xi_1 + A_2^{(k)}\,\xi_2 + \cdots A_n^{(k)}\,\xi_n \qquad (k = 1 \cdots n)$$

führt bekanntlich im allgemeinen auf Exponentialfunktionen, in speziellen Fällen auf ganze rationale Funktionen. Setzt man $A_0^{(k)} = 0$ und führt ein

$$\frac{f_k}{f_n} = g_k \qquad \frac{\xi_k}{\xi_n} = \eta_k,$$

so liefert die Iteration des Systems gebrochener Funktionen mit gleichen Nennern:

$$g_k = \frac{A_1^{(k)}\eta_1 + A_2^{(k)}\eta_2 + \cdots A_n^{(k)}\eta_n}{A_1^{(n)}\eta_1 + A_2^{(n)}\eta_2 + \cdots A_n^{(n)}\cdot\eta_n} \qquad (k = 1, \cdots n) \qquad (49)$$

Quotienten solcher Exponentialfunktionen resp. gebrochene rationale Funktionen. Die Formeln für die Iteralfunktionen sind leicht herzuleiten, ich begnüge mich mit dem einfachsten, oft gebrauchten Fall einer einzigen Variablen. Es ist:

$$J^x\left(\frac{A\xi + B}{C\xi + D}\right) = \frac{Q(x) + (A - D)P(x)\cdot\xi + 2P(x)\cdot B}{2P(x)\cdot C\cdot\xi + [Q(x) - (A - D)P(x)]}. \qquad (50)$$

worin $P(x) = \dfrac{(u+w)^x - (u-w)^x}{2w}$, $\quad Q(x) = \dfrac{(u+w)^x + (u-w)^x}{2}$

$$u = \frac{A+D}{2}, \qquad w = \frac{1}{2}\sqrt{J} = \frac{1}{2}\sqrt{(A-D)^2 + 4BC}.$$

Spezielle Fälle, die häufig vorkommen, sind:

$(A = D)$ $\quad J^x\left(\dfrac{A\xi + B}{C\xi + A}\right) = \dfrac{Q(x)\cdot\xi + 2P(x)\cdot B}{2P(x)\cdot C\cdot\xi + Q(x)}$. z. B.:

$$J^x\left(\frac{\xi + a}{1 - a\xi}\right) = \frac{\dfrac{(1+ia)^x + (1-ia)^x}{2}\xi + \dfrac{(1+ia)^x - (1-ia)^x}{2}}{\dfrac{(1+ia)^x + (1-ia)^x}{2} - \dfrac{(1-ia)^x - (1-ia)^x}{2i}\cdot\xi}$$

$w = 0$ $\quad J^x\left(\dfrac{A\xi + B}{C\xi + D}\right) = \dfrac{[(x+1)A - (x-1)D]\xi + 2xB}{2xC\cdot\xi + [(x+1)D - (x-1)A]}$ (rational).

Für die Funktionen P(x), Q(x) und ihr Verhältnis T(x) gelten die Formeln

$$P(x+y) = P(x)\cdot Q(y) + P(y)Qx$$
$$Q(x+y) = Q(x)\cdot Q(y) + \Delta P(x)\cdot Py \qquad T(x+y) = \frac{T(x)+T(y)}{1+\Delta\cdot T(x)T(y)}$$

Je nach den verschiedenen Werten von $J^0 = \xi$ modifizieren sich die Formeln. Für die Liganten der Iteralfunktion (50) finden wir, falls $J^0 = \infty$ genommen wird

$$\text{Lig } J^x\left(\frac{A\xi+B}{C\xi+D}\right) = \frac{C\eta\zeta+B}{C(\eta+\zeta)-(A-D)}. \tag{51}$$

Wenn der Grad der rationalen Funktionen den ersten übertrifft, so stösst die allgemeine Iteration auf grosse Schwierigkeiten. Nur in speziellen Fällen lässt sich die Iteration ausführen und liefert dann die Exponentialfunktionen a^x oder a^{b^x}. Dazu gehört vor allen die bemerkenswerte Klasse der *isobaren* Funktionen. Ist nämlich $f_k = \varphi_k(1)$ eine isobare Funktion der Variablen $\xi_1 \cdots \xi_k$, wobei ξ_k das Gewicht k besitzt, so ist das System

$$\begin{aligned}
\varphi_1(1) &= A\cdot\xi_1 \\
\varphi_2(1) &= B\cdot\xi_1^2 + B_1\xi_2 \\
\varphi_3(1) &= C\cdot\xi_1^3 + C_1\,\xi_1\cdot\xi_2 + C_2 \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\varphi_k(1) &= \cdots M\,\xi_1^k + M_1\,\xi_1^{k-2}\cdot\xi_2 + M_2\cdot\xi_1^{k-3}\cdot\xi_3 + \cdots M_{7_k}
\end{aligned} \tag{52}$$

leicht zu iterieren. Ein solches isobares System hat die Eigenschaft, dass das inverse System wiederum isobar ist, ebenso alle Iterierten, wie man leicht einsieht. Man kann für die Iteralfunktionen $\varphi(x)$ daher ansetzen:

$$\begin{aligned}
\varphi_1(x) &= A(x)\cdot\xi_1 \\
\varphi_2(x) &= B(x)\cdot\xi_1^2 + B_1(x) \\
\varphi_3(x) &= C(x)\cdot\xi_1^3 + C_1(x)\cdot\xi_1\cdot\xi_2 + C_2(x) \quad \text{etc.}
\end{aligned}$$

Durch Rekursionsformeln erhält man so

$$A(x) = A^x; \quad B(x) = B\cdot\frac{B_1^x - A^{2x}}{B_1 - A^2}; \qquad B_1(x) = B_1^x$$

$$C(x) = \frac{CC_2 + A(BC_1 - B_1C)}{C_2 - A\cdot B_1}\cdot\frac{C_2^x - A^{3x}}{C_2 - A^3} - \frac{ABC_1}{C_2 - AB_1}\cdot\frac{(AB_1)^x - A^{3x}}{AB_1 - A^3}$$

$$C_1(x) = C_1 \frac{C_2^x - (AB_1)^x}{C_2 - AB_1}; \qquad C_2(x) = C_2^x \quad \text{etc.}$$

Man überzeugt sich leicht, dass allgemein $\varphi_k(x)$ aus Exponentialfunktionen, eventuell auch aus rationalen Funktionen zusammengesetzt ist.

Wenden wir uns zu den algebraischen Funktionen überhaupt, so ist klar, dass hier die Schwierigkeit der Iteration noch grösser ist, als bei den rationalen Funktionen. Indessen giebt es doch viele und allgemeine Fälle, in denen diese Schwierigkeiten zum Teil gehoben sind, so dass man zu Resultaten gelangen kann.

So giebt es z. B. unzählige Funktionen, die nach Art des Satzes II durch algebraische Transformation aus linearen oder isobaren Funktionen entstanden sind und natürlich durch Iteration auf Exponentialfunktionen führen. Dahin gehören ferner alle algebraischen Funktionen, die etwa einer linearen Iteralgleichung

$$f^{(k)} = a_1 f^{(k-1)} + a_2 f^{(k-2)} + \cdots a_{k-2} f f(\xi) + a_{k-1} f(\xi) + a_k \cdot \xi \qquad (f^{(k)} = J^{(k)} f)$$

genügen, so z. B. die Funktionen f in dem Beispiel pag. 116, die rationalen Werten der Konstanten C entsprechen.

Zwei Klassen algebraischer Funktionen sind dadurch interessant, dass sich bei ihnen die Iteration durch *rationale* Rechnung bewältigen lässt.

Es seien $f_1, \cdots f_n$ n unabhängige algebraische Funktionen der Variablen $\xi_1 \cdots \xi_n$ und es sei Ω der Körper aller rationalen Funktionen der ξ. Der durch Adjunktion von $f_1, \cdots f_n$ entstandene Körper $\Omega(f_1 \cdots f_n)$ heisse dann kurz «der Körper von $(f_1 \cdots f_n)$».

Iterieren wir $f_1 \cdots f_n$, so werden die Ausdrücke $f_1(f_1 \cdots f_n)$, $\cdots f_n(f_1 \cdots f_n)$ im allgemeinen nicht mehr dem Körper $\Omega(f_1 \cdots f_n)$ angehören. Es giebt indes eine grosse Zahl von Funktionen, für welche dieser Fall eintritt, für welche also

$f_1(f_1 \cdots f_n), \cdots f_n(f_1 \cdots f_n) =$ rationalen Funktionen von $(f_1 \cdot \cdot f_n, \xi_1 \cdot \xi_n)$ sind. Ebenso sind dann auch die Iterierten höherer Ordnung Funktionen in $\Omega(f_1 \cdot \cdot f_n)$. Solche Funktionen $f_1 \cdot \cdot f_n$, die in ihrem eigenen Körper iterierbar sind, heisse ich «*körpertreu*».

Man kann die Aufgabe zu gegebenen Irrationalitäten $\varrho_1(\xi_1 \cdot \cdot \xi_n)$, $\varrho_2, \cdots \varrho_n$ alle körpertreuen Funktionen zu finden, leicht auf eine Aufgabe der Gleichungslehre zurückführen. Bezeichnen $R_1, \cdots R_n$ ratio-

nale Funktionen der Variablen $x_1 \cdots x_n$ mit vorläufig willkürlichen Koeffizienten und bilden wir von dem Ausdruck

$$\varrho_k(x_1, \cdots x_n) - R_k(x_1, \cdots x_n) \qquad (k = 1 \cdots n)$$

das Produkt über alle Konjugierten von ϱ_k, so erhalten wir das folgende System rationaler Gleichungen

$$G_k = \Pi \varrho_k(x_1, \cdots x_n) - R_k(x_1, \cdots x_n) = 0 \qquad k = 1, \cdots n), \qquad (53)$$

wodurch $x_1, \cdots x_n$ als Funktionen der Koeffizienten der R bestimmt sind. Unsere Aufgabe läuft nun darauf hinaus, diese Koeffizienten der sonst willkürlichen rationalen Funktionen R als Grössen aus $\Omega(\varrho_1 \cdots \varrho_n)$ so zu bestimmen, dass das Gleichungssystem (53) ein System rationaler Lösungen erhält:

$$x_1 = f_1 = R_1(\varrho_1 \cdots \varrho_n, \xi_1 \cdots \xi_n), \cdots x_n = f_n = R_n(\varrho_1 \cdots \varrho_n \xi_1 \cdots \xi_n). \qquad (54)$$

Dabei hat man noch zu achten, dass die f auch primitive Grössen des Körpers $\Omega(\varrho_1 \cdots \varrho_n)$ sind, d. h., dass sich auch die $\varrho_1 \cdots \varrho_n$ umgekehrt durch die $f_1 \cdots f_n$ ausdrücken lassen.

In jeder der Gleichungen (53) muss ferner ein Faktor verschwinden, also für jedes k gelten:

$$\varrho'_k(f_1 \cdots f_n) = R_k(f_1, \cdots f_n) \qquad (k = 1 \cdots n) \qquad (55)$$

wo ϱ'_k irgend eine der Konjugierten von ϱ_k oder ϱ_k selbst vorstellen soll. Sind nun noch $\Omega(\varrho_1)$, $\Omega(\varrho_2), \cdots \Omega(\varrho_n)$ lauter Galois'sche Körper, die mit ihren conjugierten Körpern zusammenfallen, so folgt aus (55), dass auch $\varrho_k(f_1 \cdots f_n)$ und somit auch $f_k(f_1 \cdots f_n)$ sich rational durch $\varrho_1 \cdots \varrho_n$ resp. $f_1 \cdots f_n$ darstellen lassen, *d. h. die Lösungen* $f_1 \cdots f_n$ *sind körpertreue Funktionen.*

Statt der n Funktionen $\varrho_1 \cdots \varrho_n$ kann man auch eine einzige primitive Grösse ϱ des Körpers $\Omega(\varrho_1 \cdots \varrho_n)$ einführen.

Hat man so ein körpertreues Funktionensystem gefunden, so kann man sich die Iterierten verschiedener Ordnung durch bloss rationale Rechnung successive darstellen. Damit bleibt allerdings die Schwierigkeit, die allgemeine Iteralfunktion zu finden, noch dieselbe, wie für die rationalen Funktionen. Indes ist die Lösung des obigen Problems auch so schon wichtig, zumal sie einer interessanten Anwendung auf die *Zahlentheorie* fähig ist.

Ist nämlich $F(x, x_1, \ldots x_n)$ eine rationale Form der Variabeln $x, x_1 \cdots x_n$ mit ganzzahligen Koeffizienten, so stellt die Zahlentheorie

die Aufgabe, solche *rationale* Werte der $x, x_1 \cdots x_n$ zu bestimmen, welche der Gleichung

$$F = 0$$

Genüge thun.

Angenommen nun, wir kennten ein Lösungssystem $x = a$, $x_1 = a_1, \cdots x_n = a_n$, so liefert das folgende Verfahren ein Mittel, um etwaige weitere Lösungen zu finden.

Lösen wir die Gleichung $F = 0$ nach einer der Variablen, z. B. nach x auf, so erhalten wir

$$x = \varrho(x_1, x_2, \cdots x_n),$$

wo ϱ algebraisch ist. Nun suchen wir, wenn dies überhaupt möglich ist, ein körpertreues System $f_1 \cdots f_n$ zu $\Omega(\varrho)$. Setzen wir alsdann

$$\begin{aligned} x_1 = f_1 &= R_1(\xi_1 \cdots \xi_n,\ \varrho(\xi_1 \cdots \xi_n)) \\ &\cdots \\ x_n = f_n &= R_n(\xi_1 \cdots \xi_n,\ \varrho(\xi_1 \cdots \xi_n)). \end{aligned} \tag{56}$$

so gilt auch wegen der Körpertreue der $f_1 \cdots f_n$

$$x = \varrho(f_1 \cdots f_n) = R(\xi_1 \cdots \xi_n,\ \varrho(\xi_1 \cdots \xi_n)).$$

Für $\xi_1 = a_1$, $\xi_2 = a_2, \ldots \xi_n = a_n$ geht dann $\varrho(\xi_1 \cdots \xi_n)$ in eine rationale Zahl a über, $x, x_1, \cdots x_n$ werden daher ebenfalls rational und stellen ein neues Lösungssystem vor. Iterieren wir successive das System $(f_1 \cdots f_n)$, so erhalten wir in den Iterierten beliebiger Ordnung

$$x_1^{(\nu)} = J_1^{\nu}(f_1 \cdots f_n),\ x_2^{(\nu)} = J_2^{\nu}(f_1 \cdots f_n), \cdots\cdots x_n^{(\nu)} = J_n^{(\nu)}(f_1 \cdots f_n)$$

verbunden mit $x^{(\nu)} = \varrho(J_1^{\nu}, J_2^{\nu}, \cdots J_n^{\nu})$ neue rationale Lösungssysteme, sobald nach der Iteration $\xi = a$, $\xi_1 = a_1, \cdots \xi_n = a_n$ gesetzt wird.

Die so erhaltenen Lösungen brauchen nicht alle von einander verschieden zu sein. Sobald das System $(f_1 \cdots f_n)$ für die speziellen Werte $\xi_1 = a_1, \cdots \xi_n = a_n$ cyclisch wird, wiederholen sich von einer gewissen Ordnung an die Lösungen wieder.

Ist also ein einziges Lösungssystem bekannt, so liefert uns die Iteration gewisser körpertreuer Funktionen eine endliche bis unendliche Anzahl neuer.

Diese Methode ist die Verallgemeinerung des bei der Pell'schen Gleichung längst bekannten Verfahrens.

Beispiel einer körpertreuen Funktion ist

$$f = \xi \cdot \frac{(\xi^4 - 6\xi^2 + 1) + 4(1-\xi^2)\sqrt{1-\xi^2}}{1+\xi^2} :$$

$$\sqrt{1-f^2} = \frac{4\xi^2(1-\xi^2) - (\xi^4 - 6\xi^2 + 1)\sqrt{1-\xi^2}}{1+\xi^2}.$$

Von nicht geringerem Interesse als die körpertreuen Funktionen ist eine andere nah verwandte Klasse.

Die körpertreuen Funktionen sind dadurch charakterisiert, dass ihre Iterierten sämtlich dem gleichen Körper $\Omega(f_1 \cdots f_n) = \Omega(\varrho)$ angehören. Lassen wir diese Bedingung fallen, nehmen also an, dass die Funktionen $(f_1, \cdots f_n)$ und ihre Iterierten J^2, J^3, etc. der Reihe nach den verschiedenen Körpern $\Omega(\varrho_1)$, $\Omega(\varrho_2)$, $\Omega(\varrho_3)$ . . . angehören, so kann der Fall eintreten, dass diese Körper wenigstens alle den gleichen Grad ν besitzen. Genügt also etwa $f_k(\xi_1 \cdots \xi_n)$ einer rationalen Gleichung vom Grade ν_k

$$f_k^{\nu_k} + A_1 f_k^{\nu_k - 1} + A_2 f_k^{\nu_k - 2} + \cdots + A_{\nu_k} = 0,$$

worin $A_1 \ldots A_{\nu_k}$ rationale Funktionen der ξ vorstellen, so erfüllt dann ihre erste Iterierte $f_k(f_1 \ldots f_n)$ eine analoge Gleichung vom selben Grade mit Koeffizienten, die rational aus den Grössen $A_1 \ldots A_{\nu_k}$ zusammengesetzt sind. Dasselbe gilt von den höheren Iterierten. Das Problem der Iteration von $(f_1 \ldots f_n)$ kann als gelöst betrachtet werden, wenn die Koeffizienten der Gleichungen für $J^x(f_1 \ldots f_n)$ allgemein bestimmt sind, was auf die Iteration eines bloss rationalen n-Systems herausläuft.

Solche Funktionen $f_1 \ldots f_n$, deren Iterierte sämtlich Körpern vom gleichen Grad angehören, heisse ich «*gradtreu*».

Beispiel einer solchen gradtreuen Funktion ist

$$f = \sqrt{\xi^2 - a^2 - 2a\sqrt{1-\xi^2}}, \qquad ff = \sqrt{\xi^2 - 4a^2 - 4a\sqrt{1-\xi^2}}.$$

Die gradtreuen und körpertreuen Funktionen haben beide die Eigenschaft, dass der Grad der in ihnen vorkommenden Irrationalität bei der Iteration erhalten bleibt, oder dass die rationalen, irreduciblen Gleichungen, denen die verschiedenen Iterierten $J_k^x(f_1 \ldots f_n) = \varphi_k(x)$ für ganzzahlige x genügen

$$R_0(\xi_1 \ldots \xi_n)^{(x)} \varphi_k^{\nu}(x) + R_1(\xi_1 \ldots \xi_n)^{(x)} \varphi_k^{\nu-1}(x) + \cdots + R_n(\xi_1 \cdots \xi_n)^{(x)} = 0$$

für alle diese Werte von x denselben Grad besitzen in Bezug auf $\varphi_k(x)$.

Indessen wird der Grad der ganzen rationalen Funktionen von $\xi_1 \ldots \xi_n$ im allgemeinen mit wachsendem x rasch zunehmen, wodurch der Iteration praktisch bald eine Grenze gesteckt wird.

Nun enthalten aber beide Klassen noch eine unendliche Anzahl algebraischer Funktionen, bei deren Iteration selbst die Funktionen $R(\xi_1 \ldots \xi_n)^{(x)}$ in Bezug auf alle ξ denselben Grad behalten. Diese Funktionen $f_1 \ldots f_n$ unterscheiden sich daher von ihren Iterierten nur durch die wechselnden Werte der in ihnen vorkommenden Konstanten, *d. h. die Form der Funktionen bleibt bei der Iteration erhalten.*

Solche Funktionen nenne ich nun «*formtreu*» und zwar «*eigentlich*» oder «*uneigentlich*», je nachdem sie zugleich körpertreu oder nur gradtreu sind.

Beispiel einer eigentlich formtreuen Funktion ist

$$ff = \frac{5\xi + 6\sqrt{1+2\xi^2-8\xi^4}}{9+32\xi^2} \qquad ff = 12540 \setminus \frac{\sqrt{1+2\xi^2-8\xi^4} - 46031.\xi}{43681+28800\xi^2}$$

während die Funktion

$$f = \sqrt{a+\xi^2}$$

uneigentlich formtreu ist.

Zu den formtreuen Funktionen gehören auch vor allem die linearen und isobaren Funktionen, deren leichte Iterierbarkeit zumeist auf ihrer Formtreue beruht. Überhaupt erscheinen die formtreuen Funktionen gewissermassen als «algebraisch lineare» Funktionen und sind daher in Bezug auf Iteration als die einfachste Klasse der algebraischen Funktionen zu betrachten. Dies tritt auch zu Tag in ihrer nahen Beziehung zu den Funktionen von 2 n Variablen $\xi_1 \cdots \xi_n \ \eta_1 \cdots \eta_n$, die wir oben (§ 4) Liganten genannt haben.

Ist nämlich $(\xi_1 \ldots \xi_n) \frown (\eta_1 \ldots \eta_n)$ ein Ligantensystem, so ist das iterierte System gleich

$$\{(\xi_1 \ldots \xi_n) \frown (\eta_1 \ldots \eta_n)\} \frown (\eta_1 \ldots \eta_n) = (\xi_1 \ldots \xi_n) \frown (\eta_1 \ldots \eta_n)^2.$$

Man erhält also die Iterierten der Liganten, indem man an Stelle von $\eta_1, \eta_2, \ldots \eta_n$ resp. die Ausdrücke

$$(\eta_1 \ldots \eta_n) \frown_1 (\eta_1 \ldots \eta_n), \ldots\ldots (\eta_1 \ldots \eta_n) \frown_n (\eta_1 \ldots \eta_n)$$

setzt, *d. h. die Liganten sind formtreue Funktionen von* $\xi_1 \ldots \xi_n$.

Wir kommen somit wieder zur Erkenntnis, dass die nächste Aufgabe der endlichen Iterationsrechnung darin besteht, sämtliche algebraische Liganten etwa auf Grund der Definition in Satz IX mit

rein algebraischen Mitteln herzustellen und sodann ihre Iteralfunktionen zu untersuchen. In der That sind diese letzteren Funktionen (und die aus ihnen zusammengesetzten) die einzigen Tritofunktionen, die bisher erhalten worden sind, und es ist das grosse Abel'sche Theorem in seiner ursprünglichen Form nichts anderes, als die dualistische Behandlung und teilweise Lösung des soeben aufgestellten Problems.

Zum Schluss mag noch eine allgemeine Bemerkung folgen. Wir verstanden in dieser Arbeit unter Iterieren durchweg, dass eine Funktion oder ein Funktionensystem *unverändert* und fortgesetzt in sich selbst substituiert wird. Wir können nun aber den Begriff des Iterierens dadurch erweitern, dass wir die Funktionen bei jeder Substitution etwas abändern. Ist z. B. $f(\xi, \alpha)$ eine Funktion von ξ mit einem Parameter α, so bilden wir die Reihe

$$f(\xi, \alpha_1), \quad f(\xi, \alpha_2), \quad f(\xi, \alpha_3), \ldots\ldots f(\xi, \alpha_n), \ldots.$$

und substituieren das zweite Glied in das erste, das dritte in das zweite u. s. f. Wir erhalten so einen Ausdruck, den ich eine *Funktionenkette* heisse. Unterliegen die Grössen α_n einem bekannten Gesetz, bilden sie z. B. eine arithmetische Reihe, so kann man nach der Funktion von n fragen, welche diese Kette allgemein als Funktion ihrer Gliederzahl darstellt. Eine solche «Iteralfunktion» ist z. B. die *Fakultät* $(a, +1)^n$ nach Crelles Bezeichnung.

Diese «erweiterte Iterationsrechnung» lässt sich formal zum Teil ganz ähnlich behandeln wie die gewöhnliche, spielt indes keine solche Rolle. Übrigens kann sie ganz auf die letztere zurückgeführt werden, so dass keine neuen Funktionen dadurch zustande kommen. Sie ist hier nur der Vollständigkeit wegen erwähnt worden, und weil es oft nützlich ist, gewisse Probleme unter diesem Gesichtspunkt zu betrachten.

J. H. Graf.

Notizen

zur

Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften in der Schweiz.

Nr. 59. Einige schweizerische Geographen:

a) *Joh. Graber,* geb. 27. Mai 1844 in Huttwyl, Sohn armer Eltern, der Vater war Weber, wurde unentgeltlich, weil er sehr begabt war, 1860 in das evangel. Seminar Muristalden aufgenommen, 1863 patentirt wurde er Lehrer in Eriswyl, 1865 am Seminar in Beuggen, 1867 an der Lorraineschule in Bern, 1868 Hülfslehrer am Seminar Muristalden für Rechnen und Geschichte, dann Lehrer an der Postgassschule, dann an der burgerlichen Mädchenschule, 1876 nach Basel an die Claraschule. 1877 an die Sekundarschule in dorten. Er war während seines Berner Aufenthalts Sekretär der geograph. Gesellschaft in Bern; von Basel aus bereiste er ganz Europa (Schweden, Ungarn, Stambul, Italien, Russland), dann Algier, Agypten und Palästina; er starb 1895 am 24. Februar in Basel an einer Herzlähmung. Graber war ein gewissenhafter, gewandter Lehrer, ein tüchtiger Geograph.

b) *Henry Bouthillier de Beaumont,* geb. 2. Juni 1819 in Genf, Gründer der Genfer Geograph. Gesellschaft anno 1858, von 1858—1884 Präsident derselben und während 13 Jahren einer ihrer Ehrenpräsidenten. Henry Bouthillier gehörte einer Familie französ. Ursprungs an, die 1711 sich in Genf einbürgerte; nachdem er die Genfer Schulen durchlaufen, verreiste er im Alter von 19 Jahren nach Südrussland, um einen grossen landwirthschaftlichen Betrieb zu dirigiren. 1847 nach Genf zurückgekehrt, bewirthschaftete er das Familiengut in Collonges-sous-Salève; nebstdem trieb er geograph. Studien. 1858 gründete er mit Georges Appia, Casimir de Candolle, Fr. Chappuis, Henry Dunant, Henry Peyrot und Henry de Saussure die geograph. Gesellschaft von Genf. Von 1860 an liess er einen Band «Mémoires et Bulletin» erscheinen, eine Publikation, die 1867 in der geographischen Zeitschrift «Le Globe» ihre Fortsetzung fand. Er publizirte 1860 «Essais d'agriculture dans le Kamtchatka», 1867 «Arcachon, son bassin et les landes». Dann verfertigte er eine Karte der europäischen Türkei und vertrat mit Geschick die Idee, den Meridian durch die Behringsstrasse als 1. Meridian zu wählen; damit hätte er vielleicht Erfolg gehabt, wenn nicht die Frage der Universalzeit dazwischen gekommen wäre, welche er mit Zähigkeit vertheidigte; vergl. seine Publikation «Le méridien initial et l'heure universelle», Genf, 1883 und «De la projection en cartographie et présentation d'une nouvelle projection de la sphère entière comme planisphère. Globe XXVII.» Er nahm den Meridian der mitteleuropäischen Zone als «Méridien médiateur» an und gab, gestützt darauf, einen «Atlas élémentaire pour la cartographie générale et usuelle», für welchen er 1896 eine silberne Medaille an der Landesausstellung in Genf erhielt, heraus. Er hat ferner bedeutende Verdienste um die Erforschung des Congostaates. Als verdienter Präsident und Ehrenpräsident nahm er

bis zu seinem am 4. Februar 1898 erfolgten Tode regen Antheil an der Gesellschaft. Er hatte das Kommandeurkreuz des belgischen Leopoldordens und die Palmen eines Offiziers de l'Instruction publique de France. Von ca. 12 geograph. Gesellschaften war er Ehrenmitglied.

c) *Paul Chaix,* geb 1. Oktober 1808 in Crest in der Dauphinée, war durch seine Mutter *Jeanne-F.-Dunant,* Genfer. 1816 folgte er seinem Vater *Georges Chaix,* der Maler war, nach Genf; derselbe wurde 1823 für geleistete Dienste Burger dieser Stadt. Der junge Chaix machte seine Studien unter *Heyer* und *Tœpffer,* wurde nachher Erzieher beim *Herzog von Richmond* in England 1829—1832; damals publizirte er die Karte von Savoyen. 1833—1835 war er Erzieher in der Familie *Gargarine* in Russland, 1836 wurde er Lehrer der Geographie und der Geschichte an der Industrieschule in Genf. 1839 publizirte er die erste Auflage seines «Précis de géographie élémentaire» und zwei Jahre nachher seinen «Atlas de géographie». Das erstere Werk erlebte 1900 die 14. Auflage. 1846 wurde er von der Revolution seines Amtes als Lehrer entsetzt und er erhielt eine Stelle erst wieder 1868, welche er bis 1882 behielt. 1872 wurde er Honorarprofessor der Universität Genf. Daneben publizirte er «Lettres des bords du Nil» (Bibl. universelle 1847); «Histoire de l'Amérique méridionale» 2 vol.; «Hydrographie de l'Arve» und viele kleinere Artikel in in- und ausländischen Zeitschriften. Er war Mitglied der «Royal geographical Society London» 1837, der «Société de géographie de Paris» 1852 etc. etc.; er besass den Orden Karls III. von Spanien, den preuss. Kronenorden und den Orden Albrecht des Bären von Anhalt. 1858 wurde die geograph. Gesellschaft von Genf gegründet; Chaix trat im gleichen Jahre ein; er war 43 Jahre lang Mitglied dieser Gesellschaft, zweimal ihr Präsident, seit 8 Jahren einer ihrer Ehrenpräsidenten. Er starb am 28. März 1901 in Genf. («Le Globe». Tome XL., p. 143 u. ff.)

Nr. 60. Fortsetzung der Briefe von Michéli du Crest an Joh. Jakob Huber von Basel.

Monsieur *Baviere* m'offre de votre part, Monsieur, un extrait sur le *Newton* que vous avez, Edition de Leide, je l'accepte copié par un copiste à mes frais et j'indique l'endroit, c'est au sujet de la comète de 1680 livr. 3. Prop. 41. Exemplum pag. 455 et sequent. 4 Amsterd. 1714, qui suit apparemment le même ordre que la vôtre, mais comme il y a eu correction dans la dernière Edition du livre des principes Mathématiques faite en 1726 par M. *Newton*, ainsy qu'il est observé à la page 78 de la théorie des comètes par M. *le Monnier* c'est pourquoi il faudroit savoir, si dans cette dernière édition M. *Newton* n'a rien changé aux reflexions ou observations physiques qu'il avoit faites là-dessus et que j'ai eu la hardiesse d'oser critiquer dans ma lettre à M. *Bernoully* que je désire de r'avoir pour la corriger.

J'ay l'honneur d'être votre, etc.

Folgt eine Abhandlung von *Michéli du Crest* in Briefform an *J. J. Huber* in Basel:

Nr. 61. Mémoire pour l'intelligence des calculs de correspondance du Mercure à l'esprit de vin de mon thermomètre.

d. m.	d. m.	min.
0— 97 . 33 32	9—26	34 33
88— 7		
88— 7	8—52	28
79—15		
79—15	8—24	25 24
70 . 51		
70 . 51	7—59	20 22
62 . 52 51	8 — 0	
62 . 52 57	7—39	19 18
55 . 13	38	
55 . 13	7—20	17 16
47 . 53		
47 . 53	7—3	14 15
40 . 50 49	4	
40 . 50 49	6—49	13 14
34— 1 0		
34— 1 0	6—36	13 14
27 . 25	35	
27 . 25	6—23	10
21 . 2		
21 . 2	6—13	10
14 . 49		
14 . 49	6—3	10
8 . 46		
8 . 46	5—53	
2 . 53		
0		

Degrez correspondans du thermomètre de M. de l'isle à mon thermomètre suivant le calcul de M. Huber formez par dizaines pour connoitre leur quotité, et l'excez de leur progression.

Quotité de chaque dixaine

Excez de la progression

Mon thermomètre de mercure également divisé par 100 degrés comme mon thermomètre d'esprit de vin jusqu'à l'eau bouillante afin d'accorder le 1er avec le second, il faut le diviser comme il suit:

Il faut donner au 1er degré sur le Temperé de sa 1ere division en montant *1 degré 15 minutes 50 secondes 24 tierces* au second au-dessus de moins 19 secondes, 12 tierces et par conséquent à ce second degré le premier compris.

2 degrez 31 minutes 21 secondes 36 tierces et toujours poursuivre de meme jusqu'au 99 degré qui doit se rencontrer au 99 degrez 15 minutes 50 secondes 24 tierces et *le 100 à l'un et à l'autre à 100.*

Au-dessous du Temperé pour le 1er de froid il faut donner 1 degré 16 minutes 9 secondes 36 tierces et continuer l'augmentation de 19 secondes 12 tierces à chaque degré jusques au 100me degré de froid de l'esprit de vin qui doit se rencontrer au 153 degré 29 minutes. Autrement en commencant tout le calcul depuis l'eau bouillante degré par degré jusqu'au plus bas et donnant au 1er degré pour la distance jusqu'au 99 = 44 minutes, 9 secondes, 36 tierces et augmentant à chaque degré en descendant 19 secondes, 12 tierces, tout le calcul se trouve juste.

Et si vous voulez calculer de 5 en 5, il faut donner au 1er quine 3 degrez, 44 minutes, et au second d'augmentation à 8 minutes et ajouter ainsy à chaque quine le calcul se trouvera de même.

Et si vous voulez calculer de 10 en 10, il faut donner à la 1ere dixaine depuis l'eau bouillante 7 degrés 36 minutes et à la seconde accroître celle suivante de 32 minutes et ainsy à chaque dizaine et le calcul se trouvera de même. Il me semble donc que se rencontrant dans la division de mon

thermomètre de mercure que je viens de dépeindre une exacte proportion arithmétique entre tous les excez de dizaines de degrez de quines et meme d'unité, elle devroit se rencontrer sinon en même proportion du moins en quelque façon entre les excez des dizaines tels qu'ils ont été calculéz, or, ce que je n'y trouve point n'y qui en approche et qui me fait par conséquent fort douter de la justesse du principe de leur calcul, car comme le mien est fondé sur une progression arithmétique toujours proportionnelle, celui-ci doit au moins l'être en quelque façon.

Si la division en avoit été faite par quine, c'est-à-dire de 5 en 5, on auroit pu voir si le 25e degré de *De l'isle* repond juste au 80e degré de chaleur de mon thermomètre de mercure également divisé suivant sa marche ou au 75e lorsqu'il est divisé suivant la marche du thermomètre d'esprit de vin qui est le point correspondant du thermomètre d'esprit de vin auquel ce 25e degré de *De l'isle* et le 182e degré de *Fahrenheit* doivent répondre, mais je n'ai pas pu le voir, ainsy je m'en rapporte étant toujours persuadé que pour pouvoir faire juste un pareil calcul, il faut trouver la clef de la progression et que toute autre méthode aura bien de la peine de résoudre la difficulté.

Les calculs sur l'huile de lin sont aussi fondéz sur le meme principe mais la règle de progression en est un peu différente.

Voici le principe de mon calcul pour le mercure qui n'est autre que des moyennes proportionnelles qui croissent en proportion arithmétique de dix en dix de 32 minutes, de 5 en 5 de 8 minutes et degré par degré de 19 secondes, 12 tierces en descendant. Si j'avois pu trouver la clef pour renverser ces progressions et regler conséquemment le thermomètre d'esprit de vin sur la marche du thermomètre de mercure, comme j'ai trouvé celle-ci qui règle exactement le thermomètre de mercure sur la marche du thermomètre d'esprit de vin, j'avois facilement trouvé ensuite la règle de proportion pour regler juste les thermomètres de *De l'isle* et de *Fahren-*

	d.	m.	
1ere dizaine	7	36	90
2e dizaine	8	8	80
3e dizaine	8	40	70
4e dizaine	9	12	60
5e dizaine	9	14	50
6e dizaine	10	16	40
7e dizaine	10	48	30
8e dizaine	11	20	20
9e dizaine	11	52	10
10e dizaine **T**e	12	24	0
	12	56	10
	13	28	20
	14		30

heit, parceque onze degrés de *De l'isle* en valent 8 degrés de mon thermomètre de mercure et par consequent 1 degré 3 minutes de *De l'isle*, un de mon dit thermomètre de mercure.

Et parceque dix degrés de mon thermomètre de mercure en valent 16 de *Fahrenheit* et par conséquent 1 degré 36 minutes de Fahrenheit un degré de mon dit thermomètre de mercure.

Mais je n'ai pas pu trouver jusqu'à présent cette règle de progression quoiqu'elle ne me semble pas introuvable.

Et cela me paroit devoir se trouver avec d'autant plus de facilité qu'aiant une table degré par degré du mercure reglé sur l'esprit de vin, on y trouve de distance en distance divers degrés sans fraction qui s'accordent avec ceux de l'esprit de vin.

Par exemple, outre ceux de l'eau bouillante à 10 et ceux du Tempéré à Zéro qui s'accordent ainsy, on trouve le 80e du mercure également divisé qui s'accorde avec le 75e degré de l'esprit de vin de façon qu'au mercure il faut à ce 80e degré compter seulement 75, ce qui s'accorde avec le calcul.

On trouve encore au-dessous le 30e du mercure également divisé qui s'accorde avec le 25e de l'esprit de vin sur le Tempéré, de façon qu'au lieu de 30 il faut seulement compter 25.

Ainsy voila quatre points qui s'accordent juste, et aiant de plus tous les intermédiaires avec des fractions, on voit aisement si le principe dont on se sert pour régler le calcul, le remplit parfaitement comme il doit le faire.

Ajoutez que dans les degréz de froid le 50e degré de l'esprit de vin répond juste au 70e degré du mercure, de façon qu'il faut dans la graduation artificielle et correspondante du mercure écrire 50 au degré 70 de sa marche d'égalité.

Voilà qui me paroît suffisant pour aider à trouver le principe du calcul dont il s'agit et quant à celui de l'huile de lin il n'y a de différence si ce n'est qu'au lieu que la progression par dizaine est au mercure de 32 minutes, elle n'est à l'huile de lin que de 26 minutes et 40 secondes par dizaine, 6 minutes 40 secondes par 5 degréz et degré par degré en descendant, d'accroissement de 16 secondes.

Arbourg, 28 novembre 1753.

A M. Huber le Fils à Bâle

Au Château d'Arbourg, le 12 décembre 1753.

Monsieur,

En réponse à l'honneur de votre lettre du 7 décembre j'aurai celui de vous dire sur le premier point.

Que lorsque je vous écrivis ou à M. *Bavière* sur la question de la parfaite sphéricité du Globe de la Terre, ce fut en conséquence des observations de l'état moyen du baromètre, supposées faites bien exactement au niveau des mers, soit sous l'Equateur, soit au cercle polaire,

soit dans les espaces intermédiaires, et que par toutes ces observations déterminoient la hauteur de cet état moien du baromètre à 28 pouces du pied de Roy.

Or, je ne croiois point auparavant que ces observations fussent exactes parceque les Académiciens du Pérou me paroissoient avoir osé à cet égard de négligence et d'imprecaution, eux-memes avouant n'avoir portés avec eux que de mauvais baromètres et n'avoir pas meme de souffleur pour les rajuster, etc., de sorte que je ne trouvois pas qu'on pusse se fier à leurs observations. Je communiquai là-dessus meme une critique à M. *Jalabert à Geneve*,[1]) mais celui-ci, par sa réponse, me fit voir que je les censurois sans raison, et ses réflexions me parurent solides.

Dans ces entrefaites, M. *Bavière* me communiqua de votre part un memoire sur le baromètre où l'état moien du dit baromètre se trouvoit fixé par des observations à Berlin que je crus être faites sur le pied de Roy, puisque la langue françoise y etoit adoptée et il resultoit ainsy de cette fausse supposition de ma part, que j'avois eu beaucoup de raison dans ma critique précédemment mentionnée, de sorte que j'étois persuadé que l'état moyen du baromètre étoit au moins dans la mer baltique à 29 pouces du pied de Roy. Mais par votre réponse, Monsieur, vous me désabusates de mon erreur, et me fites voir que l'état moien du baromètre étoit égal partout au niveau des mers, soit sous l'Equateur, soit au cercle polaire et à 28 pouces du pied de Roy. Or, je conclus de là qu'il me paroissoit donc que le globe de la Terre devoit être parfaitement sphérique, telle fut alors ma réponse.

Je ne fondai pas je crois, Monsieur, cette proposition sur aucun raisonnement, parceque je n'avois pas eu le temps d'y bien réfléchir, vous jugeates de votre coté convenable de vous entretenir avec moi sur un tel sujet, j'acceptai votre proposition. Il est donc juste que je fonde aujourd'hui cette proposition que doit faire le sujet de notre entretien puisqu'elle me paroit fondée sur des raisons qui méritent de la consideration.

Je dis donc que par une multitude d'expériences du baromètre il résulte qu'à mesure que l'on s'éloigne ou que l'on s'approche du centre de la Terre seulement de 80 pieds de Roy, l'état moyen du baromètre varie d'une ligne, et par conséquent que c'est l'instrument le plus simple et le plus exact que l'on puisse emploier pour déterminer la distance du centre de la terre à sa superficie.

Or que le baromètre déterminant au niveau de toutes les mers, soit sous l'équateur soit au cercle polaire soit dans les espaces intermédiaires, niveau qui est partout le meme, la meme distance de la superficie de ces mers au centre de la Terre, puisqu'il y témoigne egalement partout le terme de 28 pouces du pied de Roy, il s'en suit clairement que le globe de la terre est parfaitement spherique, puisque tous les raisons qui partent de sa surface au niveau des mers en tout sens sont egaux partout,

[1]) *Jallabert, Louis*, geb. 12. VII. 1712 in Genf, gest. 11. III. 1768 in Beguin bei Genf. 1750 Professor der Mathematik und Philosophie an der Academie in Genf.

jusques au point de son centre et qu'il n'est pas possible de pouvoir decrire du meme centre avec meme raison par tout une autre figure que celle d'un cercle parfaite.

Vous m'objecterez peut-etre, Monsieur, 1° qu'on ne doit point ici considerer le centre de la Terre, mais seulement sa superficie au niveau des mers, comme etant le *non plus ultra* des observations du baromètre et 2° que ce n'est pas l'attraction du centre de la Terre qui agit pour lors sur le baromètre, mais bien la pression de la colonne d'air qui le fait hausser ou baisser et qui etant supposée egale par tout doit egalement presser sur un globe elliptique qu'elle qu'en soit la figure que sur un globe parfaitement spherique.

Sur le 1er point je reponds que les bornes de la gravité ne sont point à la superficie des mers, mais bien au centre de la Terre, puisque si vous jettez un boulet de canon ou une anchre dans la mer, elle va au fonds non pas avec la meme rapidité que dans l'air pur (parceque le fluide qu'il s'agit de traverser et peut-etre 900 fois plus dense) (A) mais avec les mêmes proportions, ainsy qu'il est aisé d'en faire les experiences, quoique j'avoue ne les avoir point faites ny meme vû faire, ny lû quelque part et cependant que je les crois ainsy, et de plus qu'il se trouve quantité de mines, dont ent'rautres une à Ardingnam proche de Calais, qui doit etre actuellement creusée au moins 4 à 500 pieds au dessous du niveau de la mer et où il est facile d'y faire faire les observations du barometre, de sorte qu'on en aiant deux egaux l'un à l'embouchure superieure et l'autre au fonds de la mine et les faisant observer dans le meme tems, on verra de combien celui du fonds sera plus haut que l'autre et consequemment que la pression de l'air suit la loy de la gravité qui augmente toujours à mesure qu'on s'approche du centre de la Terre. Cette experience a sans doute eté faite ailleurs.

Et quant au second point je reponds que l'attraction du centre de la Terre est la cause de la pression de la colonne d'air sur le barometre, laquelle colonne je suppose avec vous Monsieur, egale en hauteur dans toute l'atmosphere et suivre exactement la curvité du globe quelle qu'elle soit, et par consequent que cette attraction etant la cause immediate de cette pression de l'air sur le barometre elle est ainsy la cause primitive et originale du mouvement du mercure dans ce barometre, de sorte que partant toujours du centre de la Terre, elle temoigne ainsy sa distance par la force de son action. qui en fait la juste mesure et prouve que la Terre est un globe parfaitement spherique, puisqu'au meme niveau de toutes les mers, elle fait marquer au barometre le meme terme de 28 pouces, et que s'il s'en manquoît seulement 80 pieds, elle feroit marquer au barometre une ligne de plus. Or ce peut-il trouver un instrument plus simple et plus exact que le barometre pour determiner la vraie figure de la Terre par la mesure du raion jusques à son centre de gravité, puisqu'une erreur de 80 pieds seulement est facile à eviter avec tres peu d'attention, au lieu qu'avec tout l'attirail en ce cas prodigieux

de ces grands quarts de cercle, la multitude tres necessaire des divers triangles, le froid excessif, les vents, l'ennu, les diverses incommoditez, et peut etre memes les passions ou de certaines raisons particulieres des observateurs, la rapidité du passage et peutêtre des aberrations des étoiles ou du plomb dans la mesure de l'aire celeste, ont pu facilement faire commettre à Mrs les divers academiciens ou autres mathematiciens, des erreurs sur ce raison, je ne dis pas seulement de 80 pieds mais des erreurs de six à sept mille toises de plus ou de moins, sans qu'il soit possible de le leur prouver avec leurs instrumens, ou avec d'autres de même nature ny par consequent de les en convaincre. Il n'y a donc point de comparaison ny par consequent d'objection valable de ces instrumens contre les observations du barometre dont il s'agit.

Ainsy, Monsieur, je tiens fermement comme vous voiez pour la parfaite sphericité de la Terre, en attendant cependant de votre part quelques nouvelles objections auquelles je me rendrai, si je ne me sens pas la faculté de les resoudre et c'est pourquoi j'ajouterai à ce que j'ai dit sur le sentiment de l'academie Royale des sciences de Paris en faveur de ma these et que vous croiez être contre elle puisque vous dites dans votre lettre que la plupart des academiciens tiennent la Terre applatie, même Mrs *Cassini* et *Maraldi* qui s'y etoient le plus opposez autrefois que je juge de ce sentiment de l'academie par son enoncé dans la connoissance des tems qui dit d'abord en propres termes: *Les degrez de latitude sont tous egaux,* car en laissant ainsi ensuite malgré tous les doutes elevez et toutes les diverses mensurations faites, etabli debout un pareil principe, sous pretexte dites-vous de geografie, ne reste-t-il pas ainsy egalement debout pour l'astronomie, et puisque la connoissance des tems est plutôt publiée pour l'astronomie que pour la géografie.

Quels fonds peut-on faire d'ailleurs apres une pareille declaration de l'academie sur celles de quantité de ces membres lorsqu'ils parlent en particulier et suivant les lieux où ils sont et où leurs discours sont souvent arrangez suivant le goût de ceux d'où decoulent les graces et les faveurs et auquels ils tachent de plaire par la conformité de leurs sentimens et pour ce qui concerne Mrs *Cassini* et *Maraldi*, il faudroit savoir bien d'autres choses que vous ignorez, Monsieur, pour en bien juger.

Ajoutez s. v. p., Monsieur, cette consideration dans le cas particulier dont il s'agit c'est que si l'academie avoit jugé que la Terre etoit parfaitement spherique elle auroit ainsy jugé et prononcé que toutes les depenses faites pour un tel sujet etoient des depenses vaines: Elle ne pouvoit donc pas, ce me semble, s'expliquer plus precisément qu'elle ne l'a fait en faveur de la parfaite sphericité. *Les degrez de latitude sont tous egaux, supposé que la Terre soit spherique. Ils sont chacun de 57060 toises du chla*[1]) *de Paris et si la Terre n'est pas exactement spherique, la difference entre ces degrez est si petite qu'on peut la negliger sans scrupule par raport à la geographie.*

[1]) unlesbar im Manuscript.

En effet, n'est-ce pas ainsy donner à penser que malgré toutes les precautions prises en Laponie ou sous l'Equateur pour bien mesurer, on estimoit cependant que le plus scur etoit de laisser subsister l'ancien calcul de la sphericité parfaite et par consequent que les preuves de la Laponie et de l'Equateur n'etoient pas suffisantes pour le detruire.

2° Quant a l'article de Mr *de L'isle* dont vous me demandez, Monsieur, à voir le memoire, ce memoire appartient a Mr le Professeur *Jalabert* à Geneve et je lui ai demandé, il y a près de 15 jours, la permission d'en pouvoir disposer m'etant engager à le lui renvoier, je n'ai pas encore recu sa reponse et par consequent je ne puis pas vous le faire parvenir quant à present.

Voici les deux endroits en abrege du memoire dont il s'agit. Mr *de L'isle* a fait imprimer une pretendue lettre d'un amiral espagnol nommé *de Fonte*, qui en consequence des ordres du Roy d'Espagne avoit fait armer 4 vaisseaux de guerre en 1740 au port de Callas proche Lima et en etoit parti au mois d'Avril faisant route au nord le long des côtes de la Californie afin de decouvrir, s'il y avoit communication, ou avec le baye de Baffin ou avec celle d'Hudson dans la Mer du Nord. Or cet amiral apres etre entré dans l'archipel St Lazare et jusqu'à Conasset par un canal où il avoit laissé les deux vaisseaux et etant entré ensuite dans les barques avoit poussé son chemin jusqu'au lac ronquille et y etoit arrivé le 16 juillet a une ville indienne, dont il ne dit pas le nom, et de là etoit aller joindre sur ce lac un grand vaisseau Anglais qui y etoit arrivé de Boston dont le Sr *Shapny* etoit Capitaine et cependant sur la carte on ne voit point le chemin par eau où ce vaisseau Anglais aura pu passer pour arriver dans ce pretendu lac ny pris de cette pretendue Ville Indienne qu'il ne nomme point, on ne voit point non plus que cette revalation soit avoué par aucun acte espagnol, ainsy Mr *de L'isle* a bien dû sentir par l'arte de ce vaisseau anglais venu de Boston dans ce lac que cette piece etoit une piece fausse, puisque lui meme ne trace point sur sa carte la route par où il y a pu parvenir, pourquoi donc la publier et fonder la dessus sa carte non-seulement de ces divers lacs, mais encore celle du pretendu lac Velasco que cette relation dit decouvert par le Capitaine *Bernardo* detaché pour lors pour cet effet par l'Amiral *de Fonte* et appuyer encore cette fausse relation par divers autres raisonnemens et par le suivant.

L'autre endroit regarde la point de l'Est de la Siberie determinée par les observations du Capitaine *Beerings* où il vit la mer libre à l'Est et au Nord en 172? et revint au Kamchaka, Mr *de L'isle* ajoute qu'en 1731 des Russes s'embarquerent sur le meme vaisseau et trouverent à l'est de la pointe de Siberie une grande terre qu'il supposa par sa carte tenir au continent de l'Amerique et la meme que celle que le Capitaine Bernardo avoit decouverte.

Es cependant il suppose que cette decouverte des Russes ne parvint point à la connoissance de la cour de Petersbourg puisque le Capitaine Beering

eut l'ordre en 1741 d'aller chercher d'autres terres pour la latitude de 54 degrez et ensuite son Lieutenant *Tschirikon* joint avec Mr son frere de la Croyere qui n'a riguerent comme on le voit sur la carte jusqu'au pretendu archipel St Lazare en Amerique. C'est donc evidemment une fausseté que cette pretendue decouverte en 1731, puisque si elle eut eté reelle Beering et Tschirikon auroient eu ordre de la suivre et non pas d'aller chercher bien loin ce qu'ils avoient si proche.

Ainsy, c'est en imposer au public que fonder des cartes pareilles sur des relations qui portent avec elles des indices de fausseté et qui n'ont aucune preuve ny meme apparence de verité d'autant plus que l'on s'attendoit de la part d'un Academicien de reputation tel que lui a des decouvertes d'une toute autre nature.

Je tacherai cependant, Monsieur, de vous satisfaire plus amplement en vous envoiant le memoire original ou copie si je puis trouver un copiste.

3° A l'egard des deux termes de froid de *Kyringa 1738* et de *Jenisey 1735* marquez sur la planche de Mr *Baviere* et dont vous me demander raison. Kyringa repond au 242 de froid de *Del'isle* et au 55¼ du mien et *Jenisey* repondant au 262 degrez de froid de *Del'isle* et au 64¼ du mien, je l'ai fait en consequence d'un extrait de la bibliotheque raisonnée Edit. d'hollande chez les *Wetstein* novembre et decembre 1742 qui l'accuse ainsy relativement au thermometre de Del'isle et de Fahrenheit accusant le degré de *Kyringa* suivant Fahrenheit à 72 degrez sous Zero ce qui s'accorde à un degré pres avec celui de Del'isle sur ma de planche et *Jenisey* à 120 degrez ¾ sous zero, du dit Fahrenheit qui ne pouvant pas s'accorder avec les 262 de Del'isle puisqu'ils repondent à 285 me firent conclure qu'il y avoit necessairement de l'erreur dans l'un ou dans l'autre et profere l'accusation des 262 de Delisle.

Cependant je vois, Monsieur, par votre table que ce terme de *Jenisey* 1735 est au 281 degré de Del'isle et repond par consequent au 116 degré sous zero de Fahrenheit et au 72½ degré de froid du mien et que Kyringa *1738* repond au 275 de Del'isle qui repond à 108¾ sous zero de Fahrenheit et au 70 degré de froid du mien. Aussy voila des differentes accusations qui font voir qu'il y a eu de la variation dans les sources, j'auroi grand soin de votre table comme vous me le recommandez de même que de vos livres.

4° J'ay taché d'observer qu'elle pouvoit etre la difference de mon echelle de Newton gravée à Paris et de celle qui est sur la planche de Mr Baviere et j'y en ai trouvé si peu que je serois bien embarasser à present d'en rendre raison, je crois cependant que le dernier doit etre plus exacte que le premier, sans rien affirmer cela n'est d'ailleurs qu'une bagatelle dont je ne crois pas qu'il vaille la peine de se remettre dans tous les calculs necessaires pour l'approfondir, cependant je verrai lorsque le tems me permettra de me mettre a cette besogne.

5° A l'egard des calculs thermometriques de correspondance de Del'isle et de Fahrenheit et meme de mon thermometre de mercure (or je dis

mon thermometre de mercure à cause de sa disposition particuliere de 100 degrez artificiels ou egaux depuis ce tempere à l'eau bouillante) je souhaiterois fort pouvoir les faire autrement que mechaniquement parceque je n'ai point d'instrument avec moi, tous les miens sont dans mon equipage en partie pillé à Berne et quand j'en aurai j'aurai beaucoup de peine à pouvoir m'en servir tant à cause du faux jour que du peu de jour des fenetres de mon logement, mais je crois toujours de progression quoique difficile à trouver par le calcul n'est pas cependant impossible car quoique ce ne soit pas une progression arithmetique néantmoins celle en procede par renversement et doit faire une espece de courbe ou parabole que l'on peut surement trouver, il me semble encore qu'il ne vaudrait pas la peine pour une minute ou deux d'erreur d'entreprente de corriger les calculs dont il s'agit si l'on n'etoit assuré de les rendre parfaits de meme que les autres.

Si vous pouviez, Monsieur, me procurer l'emprunt du livre des experiences de Physique du Docteur *Desaguliers* je vous serois tres obligé.

Quant à l'exemplaire du livre *Maupertuisiana* je suis precisement à l'egard de son maitre dans le meme cas que je l'ai dit à l'egard du Memoire de Mr *Del'isle* et j'attend aussi sa reponse, en attendant donc j'ai cru devoir vous envoyer ci-joint la liste des pieces. On dit que l'on le trouve à vendre à Berne chez Godschall ou quelqu'autre, mais je croirois plus scur à Frankfort ou à Cologne ou à Leipzic. J'ay l'honneur d'etre tres parfaitement, Monsieur, votre tres humble et tres obeissant serviteur MICHELI DU CREST.

(A) Pour faire l'experience de la chute des corps graves dans l'air ou dans la mer de maniere a pouvoir observer aisément et sensiblement la proportion de l'accélération de leur chute dans les espaces egaux avec une montre ou pendule à secondes je voudrais emploier pour cet effet dans l'air une petite bombe remplie de plomb fondu et dans la mer une plus grosse remplie de plomb de meme et la faire tomber sur terre dans quelque prodigieusement grand principe partant d'un tourniquet qui pivoteroit aisement et tourneroit de meme avec beaucoup de facilité et attachée par ses deux anneaux à une corde au moins de 800 toises de long que l'on diviseroit en un paquet de dix ou de 20 toises et tellement disposez sur le tillac du vaisseau ou sur le sommet du precipice que ces paquets se developperoient sans peine pour fournir à la chute et qu'on s'apercevroit aisement ainsy combien de secondes il faudroit au developpement et depart de chaque paquet soit que la bombe tombat dans l'air soit qu'elle tombat dans la mer. On pourrait ensuite evaluer la valeur du frottement du tourniquet et du developement des paquets par la comparaison que l'on pourroit faire du tems de la chute simple pour toute la distance, avec celui que le corps grave emploieroit de cette façon.

TITRE DU LIVRE IN 8°

MAUPERTUISIANA*)

A HAMBOURG

1753

Avertissement.

Pieces contenues dans ce recueil, dont l'enumeration commence par le jugement de l'academie, mais au bas de la page il accuse lettres et ainsy ce recueil commence par 48 pages de petit Romain contenant diverses lettres tirées du magazin françois, apres cela vient le jugement de l'academie de Berlin imprimé en St Augustin precedé d'un avertissement contenant en tout 26 pages.

Apres vient l'apel au public 2me edition en St Augustin *à Leide chez Elie Luzac Junior 1753*, il est precedé d'un avertissement et contient 124 pays et avec l'appendix qui contient diverses copies de lettres et memoires 192 pages.

Defense de l'apel meme impression et *chez Luzac à Leide* pag. 65.

Lettre de M^r^ le Marquis de .... impression différente à Londres 1752 où le mot d'*academie Royale* de Berlin en imprimé en gros caractères gothiques 42 pages.

Diatribe du Docteur Akakda imprimé à Rome 1753. 32 pages.

Extrait d'une lettre de Berlin 12 novembre 1752, d'un savant à M^r^ le Marquis 16 pag.

Seance memorable 8 pag.

Extrait d'une lettre d'un academicien de Berlin à un membre de la Societé Royale de Londres, imprimé en Cicero 8 pages.

Lettres concernant le jugement de l'academie ecrites à Bâle à Mr Merian par Mr Euler, de Mr de Maupertuis à Mr Euler et Mr Merian à Mr Euler, 56 pages St Augustin.

Eloges de 3 philosophes *à Londres 1753*, y compris sous ce nom une lettre d'un academicien de Berlin à un de Paris. 74 pages en Augustin.

Reponse de l'academicien de Paris à l'academicien de Berlin à *Londres 1753* en Augustin 41 pag.

L'acte de bien argumenter à *Hambourg 1753* de Mr de Maupertuis à Voltaire et reponse de Voltaire avec avertissement 8 pag.

Proeve over de Ware Grond Watten, der Oeweging en rust .... door anlond Brugmans. *A Leyden chez Luzac 1753*, en Augustin 77 pages avec fig.

Dissertation de Mr Euler. *Leide chez Luzac 1753* suivi de l'examen de la dissertation de M^r^ Kœnig avec addition 88 pag. en Augustin.

La bartue remarquable *Vittenberg 1753* 16 pages. en Augustin.

Traite de paix *Berlin* 1753 1er juin pag. 19.

---

*) Bezieht sich auf den wissenschaftlichen Streit zwischen S. König in Framequer und Maupertuis über das Princip der kleinsten Aktion. Siehe Graf, Gesch. der Math. u. Naturw. in bernischen Landen. III. 1. Heft.

Inhalts-Verzeichnis.

	Seite der Sitzungsberichte	Seite der Abhandlungen
Jahresbericht pro 1900/1901	III	
Mitgliederverzeichnis pro 1901	X	
Jahres-Rechnung pro 1900	XIV	
Antenen, Fried., Dr. phil., Sekundarlehrer in Biel,		
Die Vereisungen der Emmenthäler (mit Figuren im Text und 1 Karte)		18
Baltzer, A., Prof. Dr.,		
Die Entstehung der Berneroberländer-Marmore .	V	
Demonstration von Photographien	V	
Nachlese zur Geologie des Aarmassivs . . .		67
Benteli, A., Rektor und Docent,		
Ueber Föhn	VIII	
Brückner, E., Prof. Dr.,		
Die Eiszeiten der Schweiz	VI	
Fischer, E., Prof. Dr.,		
Ueber die neuern Untersuchungen von Norwaschin und Guignard	VI	
Ueber den Weisstannen-Hexenbesen und dessen Urheber, das Accidium elatinum	VII	
Graf, J. H., Prof. Dr.,		
Demonstration von Werken Tycho's de Brahe .	VII	
Die Vermessung des Kantons Basel von Professor Daniel Huber	VIII	
Notizen zur Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften in der Schweiz . . .		138
Gruner, P., Dr. phil. und Privatdocent,		
Neuere Beziehungen zwischen Licht und Magnetismus (Zeemanns Phänomen)	V	
Guillebeau, A., Prof. Dr.,		
Die Bakterien der Euterentzündung bei Kühen .	VII	

	Seite der Sitzungsberichte	Seite der Abhandlungen
Heffter, A., Prof. Dr.,		
Ueber Pfeilgifte	V	
Huber, G., Prof. Dr.,		
Der grosse Astronom Tycho de Brahe . . .	VII	
Der Astronom Tycho Brahe (mit Figuren im Text und Bildnis)		73
Huber, R., Dr. phil., und Gymnasiallehrer,		
Demonstration des botanischen Atlas von Dr. J. Huber am Museum Göldi in Pará	VII	
Kissling, E., Dr. phil., Sekundarlehrer und Docent,		
Ueber die Gliederung der Molasse im Napfgebiet .	VII	
1. Meeresmolasse im Emmenthal		98
2. Stachel eines Rochen aus der Meeresmolasse des Belpbergs		101
3. Neue Fundstelle fossiler Pflanzen aus der Molasse der Bäuchlen (Entlebuch)		102
4. Weitere Funde von Arctomysresten aus dem bernischen Diluvium		103
5. Lehmgerölle im fluvioglacialen Sand . .		105
König, E., Dr. phil., Gymnasiallehrer,		
Demonstration der Lampen von Nernst . . .	VI	
Demonstrationen aus dem Gebiete der Elektrizität .	VI	
v. Kostanecki, St., Prof. Dr.,		
Ueber den «Wau»	VI	
Machacek, Fritz, Dr. phil. in Wien,		
Beiträge zur Kenntnis der lokalen Gletscher des schweizer. und französ. Jura		9
Mœbus, B., Dr. phil. in Jena,		
Der diluviale Oglio-gletscher. (Mit Figuren im Text, Profilen und 1 Karte)		44
Ris, F., Gymnasiallehrer, Direktor der eidg. Eichstätte,		
Ueber einen neuen Masstab	VIII	
Schaffer, A., Prof. Dr.,		
Ueber die Prüfung von Defraudationen an Wertzeichen	VIII	
Sidler, G., Prof. Dr.,		
Die Schale Vivianis (mit Figuren)		1
Spiess, O., Dr. phil. in Tarbes,		
Die Grundbegriffe der Iterationsrechnung . .		106

	Seite der Sitzungsberichte	Seite der Abhandlungen
Steck, Th., Dr. phil., Konservator,		
Ueber den Bestand der vereinigten Bibliotheken der schweizerischen und der bernischen Naturforsch. Gesellschaft	VII	
Streun, G., Dr. phil., Sekundarlehrer,		
Ueber die Nebelverhältnisse der Schweiz . . .	VIII	
Studer, Th., Prof. Dr.,		
Demonstration zoologischer Objekte aus Sumatra .	V	
Neue Entdeckungen aus der Urgeschichte des Menschen	VI	
Ueber die Veräusserung der Bibliothek der schweizer. naturf. Gesellschaft	VII	
Ueber die neu entdeckte Samoterium-Art: Okapia .	VIII	
Tschirch, A., Prof. Dr.,		
Neueres über Kautschuk und Guttapercha . .	V	

Verlag von K. J. WYSS in Bern.

Beiträge zur Kryptogamenflora der Schweiz.

I. Band. Heft I: *Entwicklungsgeschichtliche Untersuchungen über Rostpilze.* Von Prof. Dr. Ed. Fischer Fr. 4. —

I. Band. Heft II: *Die Farnkräuter der Schweiz.* Von Dr. Hermann Christ . . . . . Fr. 4. —

I. Band. Heft III: *Algues vertes de la Suisse. Pleurococoïdes-Chroolépoïdes.* Par E. Chodat . . Fr. 10. —

Graf, J. H., Prof., Dr. *Einleitung in die Theorie der Gammafunktion und der Euler'schen Integrale.* Fr. 2. —

— — *Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften in bernischen Landen* vom Wiederaufblühen der Wissenschaften bis in die neuere Zeit. Heft 1—3. Fr. 7. 20

— — *Leben und Wirken des Physikers und Geodäten Jacques Barthélmy Micheli du Crest* aus Genf, Staatsgefangener des alten Bern 1746—1766. Mit Porträt Micheli's, einer Ansicht seines Gefängnisses in Aarburg und Facsimile seines Panorama der Alpen Fr. 3. —

— — *Das Leben und Wirken des Physikers und Astronomen Joh. Jac. Huber* aus Basel, 1733—1798. Mit dem Bildnisse Huber's und einer Tafel, seine freie Uhrhemmung darstellend . . . . Fr. 1. —

— — *Professor Dr. Rudolf Wolf, 1816—1893* » 1. —

— — *Professor Ludwig Schläfli. 1814—1895* . » 1. 20

— — *Der Briefwechsel zwischen Jakob Steiner und Ludwig Schläfli* . . . . . Fr. 3. —

— — *Die Exhumierung Jakob Steiner's* und Einweihung des Grabdenkmals Ludwig Schläfli's anlässlich des 100. Geburtstages Steiner's. Mit 2 Lichtdrucken Fr. 1. —

— — *Der Mathematiker Jakob Steiner von Utzenstorf.* Ein Lebensbild und zugleich eine Würdigung seiner Leistungen . . . . . Fr. 1. 50

— — *Wann beginnt das XX. Jahrhundert?* Vortrag. Fr. —. 50

Graf J. H., Prof. Dr. und **Gubler Ed., Dr.** *Einleitung in die Theorie der Bessel'schen Funktionen.* 2 Hefte: Die Bessel'schen Funktionen erster und zweiter Art . . . . . à Fr. 4. —

Huber, G., Prof. Dr. *Sternschnuppen, Feuerkugeln. Meteorite und Meteorschwärme* . . . . Fr. 1. —

— — *Forschungen auf dem Gebiete der Spektralanalyse* —. 80

— — *Die kleinen Planeten des Asteroidenringes* . —. 60

Fischer, Prof., L., *Zweiter Nachtrag z. Verzeichnis der Gefässpflanzen des Berner-Oberlandes, mit Berücksichtigung der Standortsverhältnisse, der horizontalen und vertikalen Verbreitung* . . . . Fr. —. 25

Durch jede Buchhandlung zu beziehen.

Verlag von K. J. WYSS in Bern.

(Fortsetzung von Seite 2 des Umschlags.)

Fascikel IV6: *Fauna helvetica.* Heft 5: Reptilien und Amphibien. Zusammengestellt von Dr. H. Fischer. 39 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel IV6: *Fauna helvetica.* Heft 5δ: Fische. Zusammengestellt von Dr. H. Fischer-Sigwart. Bern 1900. 99 Seiten. Preis Fr. 1.50

Fascikel IV6: *Fauna helvetica.* Heft 6: Mollusken. Zusammengestellt von Prof. Dr. Th. Studer, Dr. G. Amstein und Dr. A. Brot. Preis 60 Cts.

Fascikel IV6: *Fauna helvetica.* Heft 9: Crustacea. Von Dr. J. Heuscher etc. 35 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel V4: *Heraldik und Genealogie.* Bearbeitet von Jean Grellet und Maurice Tripet. Bern 1895. 68 Seiten 8°. Preis Fr. 1.50.

Fascikel V6 a–c: *Architektur, Plastik, Malerei.* Zusammengestellt von Dr. B. Haendcke. Bern 1892. 100 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V6 e: *Leibesübungen.* Turnen, Fechten, Reiten, Wassersport etc. Zusammengestellt von Alois Landtwing. 165 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel V9ab: *Landwirthschaft.* Zusammengestellt v. Prof. F. Anderegg u. Dr. E. Anderegg. Bern 1893. Heft 1—3. 258 S. 8° à Fr. 3.—
id. „ 4 „ —.60
id. „ 5 und 6 „ 2.—

Fascikel V9c: *Forstwesen, Jagd und Fischerei.* Forstwesen. Zusammengestellt durch das eidgen. Oberforstinspektorat. Bern 1894, 160 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V9c: *Forstwesen, Jagd und Fischerei.* Jagd. Zusammengestellt durch das eidgen. Oberforstinspektorat. 77 Seiten 8°. Preis Fr. 1.50

Fascikel V9c: *Forstwesen, Jagd und Fischerei.* Fischerei. Zusammengestellt durch das eidgen. Oberforstinspektorat. Bern 1898, 65 Seiten 8°. Preis Fr. 1.50

Fascikel V9d: *Schutzbauten.* Zusammengestellt durch das eidgen. Oberforstinspektorat. Bern 1895. 136 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V9gβ: *Mass und Gewicht.* Bearbeitet von F. Ris, Direktor der eidgen. Eichstätte. Bern 1894. 36 Seiten 8°. Preis Fr. 1.—

Fascikel V9gγ: *Post- und Telegraphenwesen.*
Postwesen. Zusammengestellt von der Schweizer. Oberpost-Direktion.
Telegraphenwesen. Zusammengestellt von E. Abrezol, Inspektor der Central-Telegraphenverwaltung. Bern 1895. 113 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V9gε: *Bankwesen, Handelsstatistik, Versicherungswesen.* Zusammengestellt von W. Speiser, Basel, Dr. Geering und Dr. J. J. Kummer. Bern 1893. 207 Seiten 8°. Preis Fr. 3.—

Fascikel V9j: *Alkohol und Alkoholismus.* Zusammengestellt von Otto Lauterburg, Pfarrer in Neuenegg, E. W. Milliet. Direktor der eidgen. Alkoholverwaltung, und Antony Rochat, Pfarrer in Satigny. Bern 1895. 183 Seiten 8°. Preis Fr. 2.—

Fascikel V10eγ: *Die christkatholische Litteratur der Schweiz.* Zusammengestellt v. Dr. F. Lauchert. Bern 1893. 32 Seiten 8°. 60 Cts.

Fascikel V10eα; *Bibliographie der evangelisch-reformirten Kirche in der Schweiz.* Heft 1: Die deutschen Kantone. Zusammengestellt von Dr. G. Finsler. Preis Fr. 2.—

Fascikel V10e: *Die katholisch-theologische und kirchliche Litteratur des Bisthums Basel* vom Jahre 1750 bis zum Jahre 1893. Zusammengestellt von Pfr. Ludwig R. Schmidlin in Biberist.
Heft 1 und 2 à Fr. 3.—

3 2044 106 306 327